Equazioni irrazionali e in valore assoluto

equazioni irrazionali

con una sola radice quadrata (o in generale con radici ad indice pari)

$\sqrt{\boldsymbol{A}} = \boldsymbol{B} \rightarrow \begin{cases} B \geq 0 \\ A = B^2 \end{cases}$	$\sqrt{\boldsymbol{A}} = n \rightarrow \boldsymbol{A} = n^2$	$\sqrt{\boldsymbol{A}} = -n \rightarrow$ nessuna soluzione	$\sqrt{\boldsymbol{A}} = 0 \rightarrow \boldsymbol{A} = 0$

con due radici quadrate

$$\sqrt{\boldsymbol{A}} = \sqrt{\boldsymbol{B}} \rightarrow \begin{cases} A \geq 0 \\ B \geq 0 \\ A = B \end{cases}$$

$\sqrt{\boldsymbol{A}} + \sqrt{\boldsymbol{B}} = \boldsymbol{C}$ oppure $\sqrt{\boldsymbol{A}} + \sqrt{\boldsymbol{B}} = n$

$$\rightarrow \begin{cases} A \geq 0 \\ B \geq 0 \\ \left(\sqrt{A} + \sqrt{B}\right)^2 = C^2 \rightarrow 2\sqrt{AB} = C^2 - A - B \; * \end{cases}$$

* si applica lo schema di risoluzione per equazioni irrazionali con una sola radice

$\sqrt{\boldsymbol{A}} + \sqrt{\boldsymbol{B}} = -n \rightarrow$ nessuna soluzione	$\sqrt{\boldsymbol{A}} + \sqrt{\boldsymbol{B}} = 0 \rightarrow \begin{cases} A = 0 \\ B = 0 \end{cases}$

con tre radici quadrate

$$\sqrt{\boldsymbol{A}} + \sqrt{\boldsymbol{B}} = \sqrt{\boldsymbol{C}} \rightarrow \begin{cases} A \geq 0 \\ B \geq 0 \\ C \geq 0 \\ \left(\sqrt{A} + \sqrt{B}\right)^2 = \left(\sqrt{C}\right)^2 \rightarrow A + 2\sqrt{AB} + B = C \rightarrow 2\sqrt{AB} = C - A - B \; * \end{cases}$$

* l'equazione va risolta applicando lo schema di risoluzione per disequazioni irrazionali con una sola radice

con radici cubiche (o in generale con radici ad indice dispari)

$\sqrt[3]{\boldsymbol{A}} = \boldsymbol{B} \rightarrow A = B^3$	$\sqrt[3]{\boldsymbol{A}} = \sqrt[3]{\boldsymbol{B}} \rightarrow A = B$

per risolvere l'equazione con radici cubiche basta isolare la (o le) radici ed elevare entrambi i membri al cubo

* * *

equazioni in valore assoluto

definizione di valore assoluto: $|x| = \begin{cases} x & se\ x \geq 0 \\ -x & se\ x < 0 \end{cases}$ cioè $|x| \rightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x \end{cases} \cup \begin{cases} x < 0 \\ -x \end{cases}$

con un solo valore assoluto

$\lvert\boldsymbol{A}\rvert = \boldsymbol{B} \rightarrow \begin{cases} A \geq 0 \\ A = B \end{cases} \cup \begin{cases} A < 0 \\ A = -B \end{cases}$	$\lvert\boldsymbol{A}\rvert = n \rightarrow A = n \cup A = -n$
$\lvert\boldsymbol{A}\rvert = -n \rightarrow$ nessuna soluzione	$\lvert\boldsymbol{A}\rvert = 0 \rightarrow A = 0$

con due o più valori assoluti

$|\boldsymbol{A}| + |\boldsymbol{B}| = \boldsymbol{C}$

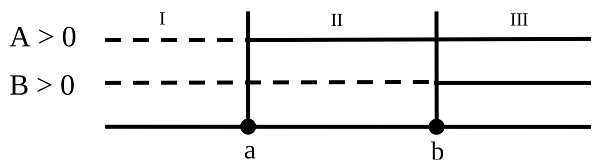
oppure

$|\boldsymbol{A}| + |\boldsymbol{B}| = n$

oppure

$|\boldsymbol{A}| + |\boldsymbol{B}| = 0$

$\rightarrow$ si studia il segno di A e B



- si risolvono le disequazioni A > 0 e B > 0, siano **x > a** e **x > b** le loro soluzioni, esse si rappresentano su grafico
- dall'osservazione del grafico l' equazione si scinde nei seguenti sistemi misti:

I $\begin{cases} x < a \\ -A - B = C \end{cases}$ $\cup$ II $\begin{cases} a \leq x \leq b \\ A - B = C \end{cases}$ $\cup$ III $\begin{cases} x > b \\ A + B = C \end{cases}$

Il caso: $|\boldsymbol{A}| + |\boldsymbol{B}| = -n \rightarrow$ nessuna soluzione

nelle tabelle di questa pagina $\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{B}$ e $\boldsymbol{C}$ rappresentano generici polinomi o funzioni di x - $\boldsymbol{n}$ è un numero reale positivo