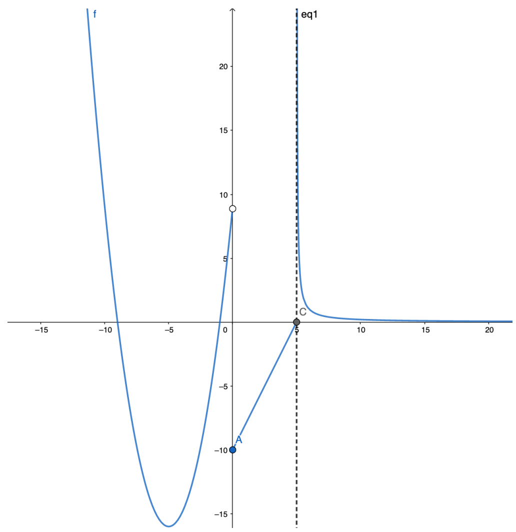
Prova simulata di MAGGIO 2021
Corso di laurea in Economia e Commercio - LUMSA, Palermo, a.a. 2020/21

Nome e Cognome: ______________________________

Matricola: ______________________________

1. (4 punti) Se la curva in figura è il grafico della funzione $f(x)$ rispondi alle seguenti domande (Vero/Falso):



   A. $f(x)$ è continua in $x = 0$, Vero Falso
   B. $y = 0$ è un asintoto orizzontale, Vero Falso
   C. $\lim_{x\to 0^-} f(x) = -\infty$, Vero Falso
   D. $f(x) \geq 0$ per $x \geq 10$, Vero Falso

2. Data la funzione $f(x) = e^{-x^2+\frac{1}{x}}$, calcola i seguenti limiti:
   (a) (1 punto)
   $$\lim_{x\to 0^-} f(x) = \ldots, \qquad \lim_{x\to 0^+} f(x) = \ldots.$$
   (b) (1 punto)
   $$\lim_{x\to -\infty} f(x) = \ldots, \qquad \lim_{x\to +\infty} f(x) = \ldots.$$
   (c) (4 punti) Rispondi alle seguenti domande (Vero/Falso):
      1. La funzione ha asintoti verticali, Vero Falso
      2. La funzione ha asintoti orizzontali, Vero Falso
      3. La funzione è definita in tutto **R**, Vero Falso
      4. $f(x)$ è una funzione pari Vero Falso

3. (a) (2 punti) Scrivi l'equazione della retta tangente al grafico della funzione $f(x) = \sin(\ln(x))$ nel punto $x_0 = 1$.
   (b) (2 punti) Calcola il valore della deravita seconda $f''(x)$ in $x_0 = 1$.

4. Data la seguente funzione definita a tratti:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - x - 6 & \text{se } x < 1 \\ -\ln(x) - 6, & \text{se } x \geq 1 \end{cases}$$

   (a) (2 punti) Determina se la funzione è continua in $x = 1$.

   (b) (2 punti) Determina gli intervalli di crescita e decrescita della funzione.

5. Data la curva nel piano (x, y) definita implicitamente dalla equazione $x^4 + y^3 + xy^2 - 1 = 0$

   (a) (2 punti) Determina in quali punti non è calcolabile la derivata di y come funzione di x: $y = g(x)$, ovvero non si può applicare il teorema di Dini.

   (b) (2 punti) Calcola $g'(x)$ nel punto$(0, 1)$.

6. (2 punti) Determina il dominio della seguente funzione di due variabili:

$$f(x, y) = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 2x - y}}.$$

7. (a) (2 punti) Stabilisci se il seguente sistema ammette soluzioni:

$$\begin{cases} x - 2y - z = 4 \\ 3x - y + 2z = 7 \\ -x - y - 2z = -1 \end{cases}$$

   (b) (2 punti) Trova le eventuali soluzioni con il metodo di Cramer.