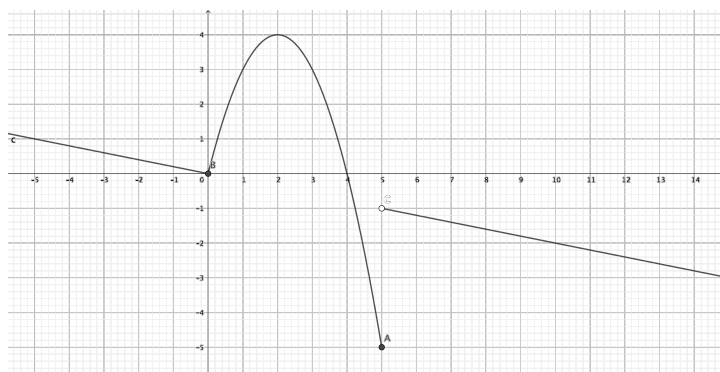


Nome e Cognome: _____

Matricola: _____

PARTE A

1. (4 points) Se la curva in figura è il grafico della funzione $f(x)$ rispondi alle seguenti domande (Vero/Falso):



- A. $f(x)$ è continua in $x = 0$, Vero Falso
- B. $f(x)$ ha una discontinuità eliminabile in $x = 5$, Vero Falso
- C. $\lim_{x \rightarrow 5^-} f(x) = -5$, Vero Falso
- D. $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$, Vero Falso
2. (4 points) Seleziona tra queste successioni è infinitesima, ovvero ha come limite 0:
- A. $a_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n + \left(\frac{1}{3}\right)^n$; B. $b_n = \frac{n^3 + n}{3n^2 + n}$; C. $c_n = \sqrt{n^3}$;
- D. $d_n = \frac{\log(n^5)}{n^2}$; E. $e_n = \frac{\ln n^{10}}{10 \ln n}$; F. $f_n = e^{-n} - \frac{1}{n^5}$.
3. Data la funzione $f(x) = \frac{e^{x^2-1}}{x^2-1}$, calcola i seguenti limiti:

(a) (2 points)

$$\lim_{x \rightarrow -1^\pm} f(x),$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^\pm} f(x).$$

(b) (2 points)

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x),$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x).$$

(c) (2 points) Rispondi alle seguenti domande (Vero/Falso):

1. La funzione ha asintoti verticali, Vero Falso
2. La funzione ha asintoti orizzontali, Vero Falso

4. (3 points) Data la funzione trigonometrica:

$$y = 3 \cos \left(\frac{x}{4} - \frac{\pi}{4} \right) - 1,$$

determina: ampiezza (A), periodo (T), fase (ϕ), valore medio (\bar{y}).

5. (3 points) A partire dal grafico della funzione logaritmo $y = \log x$ disegna il grafico della funzione

$$y = \log |x - 1| + 2$$

e individua: il dominio; eventuali punti d'intersezione con gli assi coordinati; l'equazione dell'asintoto verticale.

PARTE B

1. (3 points) Calcola l'approssimazione lineare di $f(x) = 2\sqrt{x-10}$ nel punto iniziale $x_0 = 12$.
2. (4 points) Supponi che la funzione di costo di un prodotto sia

$$C(x) = 0,003x^3 + 7x + 11400.$$

Trova il livello di produzione (ovvero, il valore di x) che minimizza il costo medio per unità

$$AC(x) = \frac{C(x)}{x}.$$

3. (4 points) Trova il massimo e il minimo della funzione $f(x) = \sqrt{9-x^2}$ nell'intervallo $[-3; 2]$.
4. Calcola i seguenti integrali definiti:

(a) (2 points) $\int_{-1}^0 \sqrt{t+1} dt.$

(b) (2 points) $\int_1^3 \frac{s-1}{s^2-2s+5} ds.$

(c) (2 points) $\int_5^6 u^3 e^{-u} du.$

(d) (2 points) $\int_1^{+\infty} -\frac{3}{x^2} dx.$

5. Dato il sistema lineare:

$$\begin{cases} x + 4y + 6z = 1 \\ 2x + 2y = -1 \\ x + 8y + 3z = 0 \end{cases}$$

- (a) (2 points) Risolvilo utilizzando il metodo di eliminazione di Gauss.
(b) (2 points) Determina le matrici triangolari L ed U tali che $A = LU$.