

Griglia per il docente									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	Tot

Nome e Cognome: \_\_\_\_\_

Matricola: \_\_\_\_\_

1. Data la funzione:

$$f(x) = \frac{a}{x^{7/3}} \quad \text{con } a \text{ costante positiva}$$

- (a) (2 punti) determinane il dominio e stabilisci se esiste un valore di  $a$  per cui il punto di coordinate  $(-1; -1)$  appartiene al grafico della funzione;
- (b) (2 punti) stabilisci per quali valori di  $x$  la funzione è positiva e calcola i seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow 0^\pm} f(x), \quad \lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x);$$

- (c) (2 punti) calcola la derivata prima della funzione e trova i valori di  $x$  per cui la funzione è crescente quelli per cui è decrescente.

2. Data la funzione definita a tratti:

$$f(x) = \begin{cases} 2x + 4, & \text{se } x < -1 \\ -x^2 - 2x + 1, & \text{se } x \geq -1 \end{cases}$$

- (a) (2 punti) stabilisci se la funzione è continua in  $x = -1$  e calcola i valori della funzione per i seguenti valori di  $x$ :  $\{-4; -3; -2; -1; 0; 2\}$ ;
- (b) (2 punti) trova l'eventuale massimo assoluto della funzione;
- (c) (2 punti) calcola  $\int_{-4}^{-1} f(x) dx$  utilizzando la definizione di integrale definito, ovvero senza risolvere l'integrale.

3. Date le due funzioni:

$$f(p) = -\frac{1}{10}(p+20)(p-10) + 100, \quad \text{per } 0 \leq p \leq 120$$

$$g(p) = \frac{1}{100}(p+200)(p-100) + 200, \quad \text{per } p \geq 0$$

- (a) (2 punti) individua quale è adatta a rappresentare una curva di vendita (ovvero una *curva di domanda inversa*) e quale una curva di produzione (ovvero una *curva di offerta inversa*) e motiva le risposte;
- (b) (2 punti) calcola l'elasticità della domanda rispetto al prezzo nel *punto d'equilibrio*, cioè dove le due curve s'intersecano nel piano  $(q; p)$ .

4. (a) (2 punti) Disegna il grafico di  $f(x)$  definita a tratti

$$f(x) = \begin{cases} 2x^2 + 8x + 4, & \text{se } x < -3 \\ -(x+1)^2 + 2, & \text{se } x \geq -3 \end{cases}$$

(b) (2 punti) data la seguente funzione

$$g(x) = \begin{cases} 3x - 2, & \text{se } x < -2 \\ x(x - 3) & \text{se } -2 \leq x \leq 2 \\ x + 1, & \text{se } x > 2 \end{cases}$$

trova la funzione composta  $(g \circ f)(x)$ .

5. Trova  $dy/dx$  e  $d^2y/dx^2$  con la derivazione implicita quando

(a) (1 punto)  $x^2 + 3xy - 2y = 10$ ;

(b) (2 punti)  $xy^5 = x^2$ .

6. (3 punti) Un monopolista opera in un mercato caratterizzato dalla seguente funzione di domanda inversa

$$P = \frac{400}{Q + 1} - 5,$$

e la sua produzione è caratterizzata dalla seguente funzione di costo

$$C_T = 100 + 11Q.$$

Determina quantità e prezzo d'equilibrio.

7. Data la funzione di due variabili:

$$f(x; y) = x^3 + y^3 + xy,$$

(a) (2 punti) determina gli eventuali punti stazionari;

(b) (2 punti) prova a stabilirne la natura con il test delle derivate seconde.

8. In un mercato la curva di domanda è data dall'equazione  $P^D = 100 - 4x$ , mentre la curva di offerta è data dall'equazione  $P^O = 10 + 2x$ , dove  $x$  è il bene commercializzato.

(a) (2 punti) Determinare l'equilibrio del mercato e rappresentarlo graficamente.

(b) (2 punti) Se lo Stato introduce un'imposta specifica sulla domanda  $t = 6$  a quanto saranno uguali il nuovo prezzo e la nuova quantità?

9. Le preferenze di un individuo rispetto a due beni  $x$  ed  $y$  sono date dalla seguente funzione di utilità:

$$U(x; y) = x^{0.6}y^{0.4},$$

sia  $R = 100$  il reddito a disposizione, e  $p_x = 3$  e  $p_y = 2$  i prezzi dei beni.

(a) (2 punti) Determina le quantità consumate dei due beni.

(b) (2 punti) Rappresenta graficamente la situazione.