

Griglia per il docente									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	Tot

Nome e Cognome: _____

Matricola: _____

1. Data la funzione:

$$f(x) = \frac{\sqrt{x-2}}{x(3-x)},$$

- (a) (2 punti) Determina il dominio di f e calcola, se possibile, i valori $f(2)$, $f(-2)$, $f(3)$, $f(3,001)$.
 (b) (2 punti) Stabilisci in quali intervalli la funzione è positiva e in quali negativa.
 (c) (2 punti) Indicando con $f'(x)$ la derivata di $f(x)$, calcola i seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow 3^\pm} f(x); \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x); \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x).$$

2. (3 punti) Se le popolazioni di due nazioni crescono secondo la legge $P(t) = P(0)(1+r)^{t-t_0}$ con $P(t_0) = 15$ (milioni) e $r = 0,03$ per la nazione 1, e $P(t_0) = 10$ (milioni) e $r = 0,09$ per la nazione 2. Stabilisci se dopo 8 anni la popolazione della nazione 2 supererà quella della nazione 1, e dopo 7 anni?

3. I giovani, tra i 15 e i 34 anni, in cerca di occupazione negli anni dal 2013 al 2017 (in migliaia) sono stati:

$$t_{2013} = 1.557; t_{2014} = 1.627; t_{2015} = 1.510; t_{2016} = 1.467; t_{2017} = 1.372.$$

- (a) (1 punto) A quanti migliaia di persone corrisponde un punto percentuale del 2017?
 (b) (2 punti) Calcola le variazioni dei giovani in cerca di occupazione, assolute e percentuali, nei periodi: [2013; 2014]; [2014; 2015]; [2015; 2016]; [2016; 2017].
 (c) (2 punti) Riporta in un grafico l'andamento nel tempo della variazione percentuale dei disoccupati, usando i valori calcolati al punto precedente.
4. (a) (2 punti) Disegna il grafico di $f(x)$ definita a tratti

$$f(x) = \begin{cases} x+3 & \text{se } x < 0 \\ -2x^2 + 8x + 3, & \text{se } 0 \leq x \leq 4 \\ x-1, & \text{se } x > 4 \end{cases}$$

- (b) (2 punti) data la seguente funzione

$$g(x) = \begin{cases} x^2 - 8, & \text{se } x \geq 3 \\ 2x - 6, & \text{se } x < 3 \end{cases}$$

trova la funzione composta $(g \circ f)(x)$.

5. (3 punti) Calcola la derivata y' quando y è definita implicitamente attraverso l'equazione:

$$\ln(x + y^2) + \sin(x) = 0.$$

6. Un monopolista opera in un mercato caratterizzato dalla seguente funzione di domanda $Q = 100 - 10P$, e una funzione di costo totale $C_T = 5 + 6Q$.
- (a) (2 punti) Determinare l'equilibrio e il profitto d'equilibrio per il monopolista.
 - (b) (2 punti) Calcolare P^* , Q^* e Π^* (profitto) in concorrenza perfetta.

7. Data la funzione di due variabili:

$$f(x; y) = x^3 - x^2y + y^2 + 10y,$$

- (a) (2 punti) determina gli eventuali punti stazionari;
 - (b) (2 punti) stabiliscine la natura.
8. Se il mercato di un certo bene è caratterizzato dalle seguenti funzioni:

$$P^D = 16 - \frac{1}{2}Q; \quad P^O = 2Q - 14.$$

- (a) (2 punti) Determinare l'equilibrio di mercato e rappresentarlo graficamente.
 - (b) (2 punti) Calcolare il surplus del consumatore, del produttore, sociale.
9. Data la seguente funzione di utilità:

$$U(X_1; X_2) = X_1^{1/2} \cdot X_2^{1/8},$$

sapendo che il reddito è $M = 1500$ euro, i prezzi sono $P_1 = 10$ euro e $P_2 = 5$ euro:

- (a) (2 punti) Determina la scelta ottima.
- (b) (2 punti) Rappresentare graficamente il vincolo di bilancio e la soluzione.