Griglia per il docente									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	Tot

Prova scritta - 17 luglio 2019 B
Corso di laurea in Economia e Commercio
LUMSA Palermo, a.a. 2018/19

Nome e Cognome: ____________________

Matricola: ____________________

1. Data la funzione:
$$f(x) = \frac{\sqrt{x^2 - 2x}}{x},$$
   (a) (2 punti) determina il dominio e calcola la funzione, se è possibile, per i seguenti valori di x: $\{-1/4; 0; 1; 2; 9/4\}$;
   (b) (3 punti) stabilisci per quali valori di x la funzione è positiva e calcola tra i seguenti limiti quelli che sono ben definiti:
$$\lim_{x\to 0^\pm} f(x), \qquad \lim_{x\to 2^\pm} f(x), \qquad \lim_{x\to\pm\infty} f(x).$$

2. Date le due funzioni: $f(x) = 3 \cdot 4^{x/10}$ e $g(x) = -3 \cdot 4^{-x/10}$:
   (a) (2 punti) calcola i valori delle due funzioni per i seguenti valori di x: $\{-10, -5, 0, 5, 10, 20\}$;
   (b) (2 punti) a partire dai punti ottenuti, disegna i grafici delle due funzioni nello stesso sistema di riferimento cartesiano, nell'intervallo $-10 \le x \le 20$.

3. Se la funzione $q(p) = \dfrac{20}{p+1} - 2$, con $p > 0$ e $q > 0$, rappresenta coma varia la quantità domandata di un bene in funzione del suo prezzo,
   (a) (3 punti) ricava la funzione di domanda inversa $p(q)$ e rappresentala nel piano $(q; p)$ (**attenzione**: $(q; p)$ vuol dire che q è sull'asse delle ascisse e p su quello delle ordinate);
   (b) (2 punti) calcola il coefficiente di elasticità
$$\varepsilon_{1,2} = \frac{\frac{q_2-q_1}{q_1}}{\frac{p_2-p_1}{p_1}} = \frac{p_1}{q_1} \cdot \frac{\Delta q}{\Delta p},$$
   in corrispondenza dei prezzi $p_1 = 3$ e $p_2 = 1$.

4. (a) (2 punti) Disegna il grafico di $f(x)$ definita a tratti
$$f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{20}\left(x^2 + 10x - 200\right) & \text{se } x < 20 \\ 2x - 60, & \text{se } 20 \le x \le 40 \\ \frac{1}{40}x^2 - 2x + 60, & \text{se } x > 40 \end{cases}$$
   (b) (2 punti) data la seguente funzione
$$g(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x, & \text{se } x \le 20 \\ 2x - 30, & \text{se } x > 20 \end{cases}$$
   trova la funzione composta $(g \circ f)(x)$.

5. (3 punti) Se $y(x)$ è funzione di x, trova $y' = dy/dx$ quando:

$$\cos^2 x + \sin^2 y = \cos\left(x^2 + 2y\right).$$

6. (4 punti) Determinare la quantità che massimizza il profitto di un impresa in concorrenza perfetta con una funzione totale di costo $C_T(q) = 10 + q - q^2 + q^3$ con un prezzo $p = 6$.

7. Data la funzione di due variabili:

$$f(x; y) = x^2 - x^2 y - y^3 + 3y,$$

   (a) (2 punti) determina gli eventuali punti stazionari;

   (b) (2 punti) prova a stabilirne la natura con il test delle derivate seconde.

8. Si consideri un mercato di scarpe in cui operano, nel breve periodo, $n = 100$ imprese di piccole dimensioni con offerta, per la singola impresa, pari a $Q^O = \dfrac{P}{10} - 10$, e con una domanda di mercato $Q^D = 4000 - 10P$. Determinare

   (a) (2 punti) prezzo e quantità d'equilibrio del mercato;

   (b) (1 punto) la rappresentazione grafica delle due curve e dell'equilibrio;

   (c) (2 punti) il surplus del consumatore.

9. Le preferenze di un consumatore rispetto all'acquisto dei due beni X_1 e X_2 sono rappresentate dalla seguente funzione di utilità:

$$U(X_1; X_2) = X_1 X_2^4.$$

   Se i prezzi unitari dei due beni sono rispettivamente $p_1 = 0{,}4$ e $p_2 = 1$, con un reddito a disposizione del consumatore pari a $m = 300$:

   (a) (2 punti) determina il paniere di consumo ottimo;

   (b) (2 punti) calcola l'utilità del consumatore:

      - in corrispondenza della scelta ottima;
      - se impiegasse tutto il reddito per acquistare la stessa quantità dei due beni;
      - se impiegasse tutto il reddito per l'acquisto di un singolo bene;

   (c) (1 punto) disegna il vincolo di bilancio nel piano $(X_1; X_2)$.