

Griglia per il docente									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	Tot

Nome e Cognome: _____

Matricola: _____

1. Data la funzione:

$$f(x) = \frac{e - e^{(x^2-1)}}{x^2 - 1},$$

- (a) (2 punti) Determina il dominio di f e calcola, se possibile, i valori $f(0)$, $f(-1)$, $f(-\sqrt{2})$, $f(4)$.
 (b) (2 punti) Stabilisci in quali intervalli la funzione è positiva e in quali negativa.
 (c) (2 punti) Calcola i seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow 1^\pm} f(x); \quad \lim_{x \rightarrow \pm 1^\pm} f(x); \quad \lim_{x \rightarrow \pm \infty} f(x).$$

2. Date le due funzioni: $f(x) = \log_2(x) - 2$ e $g(x) = \log_2\left(\frac{1}{x}\right) + 2$:

- (a) (2 punti) calcola i valori delle due funzioni per i seguenti valori di x : $\{\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, 1, 2, 4, 8\}$;
 (b) (2 punti) a partire dai punti ottenuti, disegna i grafici delle due funzioni nello stesso sistema di riferimento cartesiano, nell'intervallo $0 < x \leq 8$.

3. Data la funzione:

$$Q = -0,3P^2 + 180,$$

- (a) (2 punti) Disegna il grafico nel piano (Q, P) e stabilisci se è adatta a rappresentare la funzione di domanda di un bene.
 (b) (2 punti) Calcola la variazione percentuale della domanda quando il prezzo del bene passa da $P_1 = 2$ a $P_2 = 4$.
 (c) (2 punti) Calcola l'elasticità della domanda per $P = 3$.
 4. (a) (2 punti) Disegna il grafico di $f(x)$ definita a tratti

$$f(x) = \begin{cases} (x+6)(x+4) & \text{se } x < -6 \\ \frac{1}{3}x + 2, & \text{se } -6 \leq x \leq 1 \\ -x^2 + 2x + \frac{4}{3}, & \text{se } x > 1 \end{cases}$$

(b) (2 punti) data la seguente funzione

$$g(x) = \begin{cases} x - \frac{4}{3}, & \text{se } x \leq 0 \\ x^2 - \frac{4}{3}, & \text{se } 0 < x < \frac{7}{3} \\ -\frac{1}{3}x + 5, & \text{se } x \geq \frac{7}{3} \end{cases}$$

trova la funzione composta $(g \circ f)(x)$.

5. (3 punti) Se $y(x)$ è definita implicitamente come funzione di x dall'equazione:

$$e^{xy} = e^{4x} - e^{5y},$$

calcola la derivata $y'(x)$ utilizzando la derivazione implicita.

6. In un mercato di monopolio la funzione di domanda è $P = 50 - 3Q$, mentre la funzione di costo totale è $C_T = Q^2 + 2Q + 12$.

(a) (2 punti) Disegna il grafico di queste due funzioni, con Q sull'asse dell' x .

(b) (2 punti) Determina prezzo e quantità di equilibrio.

7. Data la funzione di due variabili:

$$f(x; y) = 2y^2 + x^2 - y,$$

(a) (2 punti) determina gli eventuali punti stazionari;

(b) (2 punti) prova a stabilirne la natura con il test delle derivate seconde.

8. In un mercato la domanda e l'offerta di un bene sono rappresentate dalle funzioni:

$$d(p) = -\frac{1}{8}p^2 + 1000, \quad o(p) = 5p - 200.$$

(a) (2 punti) Determina i valori d'equilibrio del mercato;

(b) (2 punti) Rappresenta graficamente le due curve e l'equilibrio.

9. (4 punti) Le preferenze di Gianni rispetto alla matite rosse e alle matite blu sono rappresentate dalle seguente funzione di utilità: $u(x; y) = 2x + y$, dove x rappresenta la quantità di matite rosse e y la quantità di matite blu. Il prezzo delle matite è lo stesso: $p_x = p_y = 6$, mentre il reddito di cui dispone Gianni è pari a 24 euro. Quale sarà la sua scelta ottima.