

Prova scritta - 2 settembre 2019
 Corso di laurea in Economia e Commercio
 LUMSA Palermo, a.a. 2018/19

Griglia per il docente									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	Tot

Nome e Cognome: _____

Matricola: _____

1. Data la funzione:

$$f(x) = \frac{4-x}{\sqrt[3]{x}-2}$$

- (a) (2 punti) determinane il dominio e calcolane il valore, se è possibile, per i seguenti valori di x : $\{-27; -8; 0; (1,9)^3; 8; (2,1)^3\}$;
 (b) (2 punti) stabilisci per quali valori di x la funzione è positiva e calcola i seguenti limiti, quando possibile:

$$\lim_{x \rightarrow 8^\pm} f(x), \quad \lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x);$$

- (c) (2 punti) stabilisci gli eventuali valori di x per cui si annulla la derivata prima della funzione.

2. Date le due funzioni: $f(x) = 40 \cdot \log_4(x) - 10$ e $g(x) = -40 \cdot \log_4(x)$:

- (a) (2 punti) calcola i valori delle due funzioni per i seguenti valori di x : $\{\frac{1}{2}; 1; (\sqrt[3]{2})^2; 2; 2\sqrt{2}\}$;
 (b) (2 punti) scegliendo opportunamente le unità di misura sugli assi coordinati, disegna i grafici delle due funzioni nello stesso sistema di riferimento cartesiano, a partire dai punti ottenuti.

3. Se la funzione $p(q) = -\frac{q}{3} + 8$, con $p > 0$ e $q > 0$, rappresenta la *funzione di domanda inversa* di un bene (detta anche *funzione di vendita*)

- (a) (2 punti) disegna il suo grafico nel piano $(q; p)$;
 (b) (2 punti) scrivi la formula che permette di calcolare l'elasticità puntuale della domanda rispetto al prezzo e calcolala in corrispondenza del prezzo $p = 7$ (**attenzione**: hai bisogno della funzione di domanda diretta e non di quella inversa).

4. (a) (2 punti) Disegna il grafico di $f(x)$ definita a tratti

$$f(x) = \begin{cases} -(x+6)(x-2) & \text{se } x < 2 \\ x^2 + 2x - 8, & \text{se } x \geq 2 \end{cases}$$

- (b) (2 punti) data la seguente funzione

$$g(x) = \begin{cases} 4 - \frac{1}{3}x, & \text{se } x \leq 7 \\ x^2 - 8, & \text{se } x > 7 \end{cases}$$

trova la funzione composta $(g \circ f)(x)$.

5. (3 punti) Se $y(x)$ è funzione di x , trova $y' = dy/dx$ quando:

$$\cos(x^2 + 2y) + xe^{y^2} = 1.$$

6. (3 punti) Determina la quantità, il prezzo e il profitto di un'impresa in concorrenza perfetta che presenta una funzione di domanda

$$Q^D = 4000 - 10P,$$

e un costo totale

$$CT = 10Q.$$

7. Data la funzione di due variabili:

$$f(x; y) = e^{(x^2 + 2xy - y^2 + 2y)},$$

- (a) (2 punti) determina gli eventuali punti stazionari;
 - (b) (2 punti) prova a stabilirne la natura con il test delle derivate seconde.
8. Un bene viene commercializzato in un mercato. La sua funzione di domanda è $X = 1000$, mentre la funzione di offerta è $P = 10X + 1000$, in cui X è la quantità e P il prezzo.
- (a) (2 punti) Determinare prezzo e quantità d'equilibrio del mercato;
 - (b) (2 punti) determinare il surplus del consumatore;
 - (c) (1 punto) rappresentare graficamente.
9. Le preferenze di un individuo rispetto ai due beni x ed y sono del tipo:

$$U(x; y) = \log x + 2y.$$

Si consideri $p_x = p_y = 1$, e reddito $m = 2$:

- (a) (2 punti) Determina le quantità dei due beni corrispondenti alla scelta ottima.
- (b) (2 punti) Lo stato introduce una imposta *ad valorem* sul bene x pari al 50%. Calcola le funzioni di domanda di entrambi i beni prima e dopo l'introduzione dell'imposta