Griglia per il docente									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	Tot

Prova scritta - 25 gennaio 2019
Corso di laurea in Economia e Commercio
LUMSA Palermo, a.a. 2018/19

Nome e Cognome: ____________________

Matricola: ____________________

1. Data la funzione:
$$f(x) = \frac{\sqrt{x^2 - x - 6}}{x},$$
   (a) (1 punto) Determina il dominio di f
   (b) (1 punto) Calcola se è possibile i valori $f(0)$, $f(-3)$, $f(3)$, $f(3+h)$.
   (c) (2 punti) Se si indica con $f'(x)$ la derivata di $f(x)$ calcola i seguenti limiti:
$$\lim_{x \to 3^+} f(x)$$
$$\lim_{x \to 3^+} f'(x)$$

2. La popolazione italiana al 31 dicembre 2017 era di circa $P(0) = 60,48$ milioni di persone. Con un tasso di crescita annuale pari allo $0,19\%$, il modello
$$P(t) = P(0)(1,0019)^{t-2017}$$
rappresenta la popolazione, in milioni di persone, nell'anno t.
   (a) (2 punti) Calcola in base al modello la popolazione italiana al 31 dicembre 2019 (approssima alla seconda cifra decimale).
   (b) (2 punti) Calcola in base al modello la popolazione italiana al 31 dicembre 2050 (approssima alla seconda cifra decimale).

3. (3 punti) Il prezzo di un particolare raccolto al tempo t (in mesi) è approssimativamente dato da
$$f(t) = 2 + 0,003t + 0,03e^{-t}.$$
Ricordando che il **tasso relativo di variazione** di una funzione f nel punto a è $\dfrac{f'(a)}{f(a)}$, calcola il tasso relativo percentuale di variazione di $f(t)$ per $t = 0$, $t = 1$ e $t = 2$.

4. (a) (2 punti) Disegna il grafico di $f(x)$ definita a tratti
$$f(x) = \begin{cases} x + 4 & \text{se } x \leq -4 \\ -\frac{3}{4}x^2 - 3x, & \text{se } -4 < x \leq 0 \\ \frac{3}{4}x^2 - 3x + 3, & \text{se } x > 0 \end{cases}$$
   (b) (2 punti) data la seguente funzione
$$g(x) = \begin{cases} 4x - 2, & \text{se } x \geq 3 \\ 2x - 3, & \text{se } x < 3 \end{cases}$$
   trova la funzione composta $(g \circ f)(x)$.

5. Data l'equazione
$$x^2y^2 - \sin(y^3) = \sqrt[3]{\pi},$$
che definisce implicitamente y come funzione di x:
   (a) (2 punti) Determina la derivata $y'(x)$.
   (b) (2 punti) Calcola il valore, o i valori, di x che soddisfano l'equazione quando $y = \sqrt[3]{\pi}$.

6. Un monopolista fronteggia una curva di domanda pari a $P = 120 - 3Q$ e una curva di costi totali pari a $C_T = 2Q$. Calcolare:
   (a) (2 punti) la quantità che massimizza il profitto e il prezzo di equilibrio;
   (b) (2 punti) i profitti del monopolista.

7. (a) (0.5 punti) Data la funzione $z = (4x + 5y)^7$, trova $\dfrac{\partial z}{\partial y}$.
   (b) (0.5 punti) Data $f(x, y) = 6xe^y$ trova $f_y(5; 0)$.
   (c) (1 punto) Data la funzione $g(x, y) = \dfrac{7x + 2y}{xy - 2}$ calcola $\dfrac{\partial g}{\partial x}$ e $\dfrac{\partial g}{\partial y}$.
   (d) (2 punti) Trova le 4 derivate seconde della funzione $f(x, y) = \ln(5x^2 + y^2 + 3)$.
   (e) (1 punto) Fai vedere che $f_{xy} = f_{yx}$ per la funzione $f(x, y) = e^{x+y+9}$.

8. La curva di offerta di mele è data dall'equazione $P^O = 2 + Q$, mentre la curva di domanda è data da $P^D = 8 - Q$.
   (a) (2 punti) Determinare il surplus del consumatore e del produttore, e rappresentare la situazione graficamente.
   (b) (2 punti) Supponendo che un'imposta unitaria di 2 euro sia applicata al venditore determina quantità e prezzo d'equilibrio.

9. Un consumatore ha preferenze sui beni X_1 e X_2 rappresentate dalla seguente funzioni di utilità:
$$U(X_1; X_2) = \ln X_1 + \alpha X_2$$
con α un generico numero reale.
   (a) (1 punto) Calcolare il saggio marginale di sostituzione tra i beni X_1 e X_2.
   (b) (2 punti) Trovare, in funzione di α, il paniere di consumo ottimo, quando $P_1 = 3$, $P_2 = 4$ e $m = 100$.
   (c) (1 punto) Rappresentare graficamente il vincolo di bilancio.