

Prova scritta - 11 febbraio 2019 **B**
 Corso di laurea in Economia e Commercio
 LUMSA Palermo, a.a. 2018/19

Griglia per il docente									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	Tot

Nome e Cognome: _____

Matricola: _____

1. Data la funzione:

$$f(x) = \frac{\sqrt{1-x}}{2x-x^2},$$

- (a) (2 punti) Determina il dominio di f e calcola, se possibile, i valori $f(0)$, $f(-2)$, $f(1)$, $f(-2,001)$.
 (b) (2 punti) Stabilisci in quali intervalli la funzione è positiva e in quali negativa.
 (c) (2 punti) Indicando con $f'(x)$ la derivata di $f(x)$, calcola i seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow 0^\pm} f(x); \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x); \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f'(x).$$

2. (3 punti) Se le popolazioni di due nazioni crescono secondo la legge $P(t) = P(0)(1+r)^{t-t_0}$ con $P(t_0) = 5$ (milioni) e $r = 0,01$ per la nazione 1, e $P(t_0) = 4$ (milioni) e $r = 0,08$ per la nazione 2. Stabilisci se dopo 4 anni la popolazione della nazione 2 supererà quella della nazione 1, e dopo 3 anni?

3. Si consideri il PIL (Prodotto Interno Lordo) italiano annuale negli anni dal 2013 al 2017 (in milioni di euro):

$$t_{2013} = 1.541.171,9; t_{2014} = 1.542.923,8; t_{2015} = 1.557.180,3; t_{2016} = 1.575.018,0; t_{2017} = 1.599.773,5.$$

- (a) (1 punto) A quanti miliardi di euro corrisponde un punto percentuale di PIL nel 2017?
 (b) (2 punti) Calcola le variazioni del PIL, assolute e percentuali, nei periodi: [2013; 2014]; [2014; 2015]; [2015; 2016]; [2016; 2017].
 (c) (2 punti) Riporta in un grafico l'andamento nel tempo della variazione percentuale (annuale) del PIL italiano, usando i valori calcolati al punto precedente.
4. (a) (2 punti) Disegna il grafico di $f(x)$ definita a tratti

$$f(x) = \begin{cases} x+3 & \text{se } x < 0 \\ -2x^2 + 4x + 3, & \text{se } 0 \leq x \leq 2 \\ x+1, & \text{se } x > 2 \end{cases}$$

- (b) (2 punti) data la seguente funzione

$$g(x) = \begin{cases} x^2 - 8, & \text{se } x \geq 3 \\ 2x - 6, & \text{se } x < 3 \end{cases}$$

trova la funzione composta $(g \circ f)(x)$.

5. (3 punti) Calcola la derivata y' quando y è definita implicitamente attraverso l'equazione:

$$\ln(x^2 + y^2) + \sin(y^2) = 1.$$

6. Un monopolista opera in un mercato caratterizzato dalla seguente funzione di domanda $Q = 20 - 2P$, e una funzione di costo totale $C_T = 2 + 6Q$.
- (a) (2 punti) Determinare l'equilibrio e il profitto d'equilibrio per il monopolista.
 - (b) (2 punti) Calcolare P^* , Q^* e Π^* (profitto) in concorrenza perfetta.

7. Data la funzione di due variabili:

$$f(x; y) = 3x^2 - 2y^3 - 6xy + 6x,$$

- (a) (2 punti) determina gli eventuali punti stazionari;
 - (b) (2 punti) stabiliscine la natura.
8. Se il mercato di un certo bene è caratterizzato dalle seguenti funzioni:

$$P^D = 12 - \frac{1}{4}Q; \quad P^O = Q - 10.$$

- (a) (2 punti) Determinare l'equilibrio di mercato e rappresentarlo graficamente.
 - (b) (2 punti) Calcolare il surplus del consumatore, del produttore, sociale.
9. Data la seguente funzione di utilità:

$$U(X_1; X_2) = X_1^{1/4} \cdot X_2^{1/2},$$

sapendo che il reddito è $M = 1200$ euro, i prezzi sono $P_1 = 4$ euro e $P_2 = 2$ euro:

- (a) (2 punti) Determina la scelta ottima.
- (b) (2 punti) Rappresentare graficamente il vincolo di bilancio e la soluzione.