

Prova scritta - 17 giugno 2019 B
 Corso di laurea in Economia e Commercio
 LUMSA Palermo, a.a. 2018/19

Griglia per il docente									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	Tot

Nome e Cognome: _____

Matricola: _____

1. Data la funzione:

$$f(x) = \frac{e - e^{(1-x^2)}}{x-1},$$

- (a) (2 punti) Determina il dominio di f e calcola, se possibile, i valori $f(0)$, $f(-1)$, $f(1)$, $f(4)$.
- (b) (2 punti) Stabilisci in quali intervalli la funzione è positiva e in quali negativa.
- (c) (2 punti) Calcola i seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow 1^\pm} f(x); \quad \lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x).$$

2. Date le due funzioni: $f(x) = 10 - \log_{10}(x)$ e $g(x) = \log_{10}\left(\frac{1}{x}\right)$:

- (a) (2 punti) calcola i valori delle due funzioni per i seguenti valori di x : $\left\{\frac{1}{100}, \frac{1}{10}, 1, 10, 100\right\}$;
- (b) (2 punti) a partire dai punti ottenuti, disegna i grafici delle due funzioni nello stesso sistema di riferimento cartesiano, nell'intervallo $0 < x \leq 100$.

3. Data la funzione:

$$Q = -0,1P^2 - 2P + 100,$$

- (a) (2 punti) Disegna il grafico nel piano (Q, P) e stabilisci se è adatta a rappresentare la funzione di domanda di un bene.
 - (b) (2 punti) Calcola la variazione percentuale della domanda quando il prezzo del bene passa da $P_1 = 10$ a $P_2 = 20$.
 - (c) (2 punti) Calcola l'elasticità della domanda per $P = 15$.
4. (a) (2 punti) Disegna il grafico di $f(x)$ definita a tratti

$$f(x) = \begin{cases} (x+6)(x+4) & \text{se } x < -6 \\ \frac{1}{3}x + 2, & \text{se } -6 \leq x \leq 1 \\ -x^2 + 2x + \frac{4}{3}, & \text{se } x > 1 \end{cases}$$

(b) (2 punti) data la seguente funzione

$$g(x) = \begin{cases} x - \frac{4}{3}, & \text{se } x \leq 0 \\ x^2 - \frac{4}{3}, & \text{se } 0 < x < \frac{7}{3} \\ -\frac{1}{3}x + 5, & \text{se } x \geq \frac{7}{3} \end{cases}$$

trova la funzione composta $(g \circ f)(x)$.

5. (3 punti) Se $y(x)$ è definita implicitamente come funzione di x dall'equazione:

$$e^{2xy} - 3e^{4y} = 0,$$

calcola la derivata $y'(x)$ utilizzando la derivazione implicita.

6. Un monopolista opera in un mercato caratterizzato dalla funzione di domanda $d(p) = 10 - 2p$ e la sua funzione di costo totale è $C_T(q) = 30 + q^2$.

- (a) (2 punti) Determina l'equilibrio per il monopolista.
- (b) (2 punti) Determina l'equilibrio che si avrebbe se l'azienda operasse in regime di concorrenza perfetta.

7. Data la funzione di due variabili:

$$f(x; y) = \frac{1}{x^2 + y^2 - 1},$$

- (a) (2 punti) determina gli eventuali punti stazionari;
- (b) (2 punti) prova a stabilirne la natura con il test delle derivate seconde.

8. La quantità domandata di un certo bene è descritta dalla funzione $Q_D = 10 - \frac{1}{2}P$, mentre la quantità offerta dalla funzione $Q_O = 6p - 3$.

- (a) (2 punti) Determina la configurazione d'equilibrio del mercato;
- (b) (2 punti) Determina (anche solo graficamente) come cambia l'equilibrio di mercato a seguito di uno **shock positivo sull'offerta** tale per cui la nuova curva di offerta è $Q'_O = 6p + 2$ e di uno **shock negativo sulla domanda** per cui la domanda cala del 20%.

9. Un individuo ha delle preferenze del tipo:

$$U(x; y) = \ln(x^2 y^3).$$

Se $p_x = 2$, $p_y = 15$ e il reddito è $R = 150$:

- (a) (2 punti) Determina la scelta ottima.
- (b) (2 punti) Rappresenta nel piano $(x; y)$ il vincolo di bilancio e la soluzione.