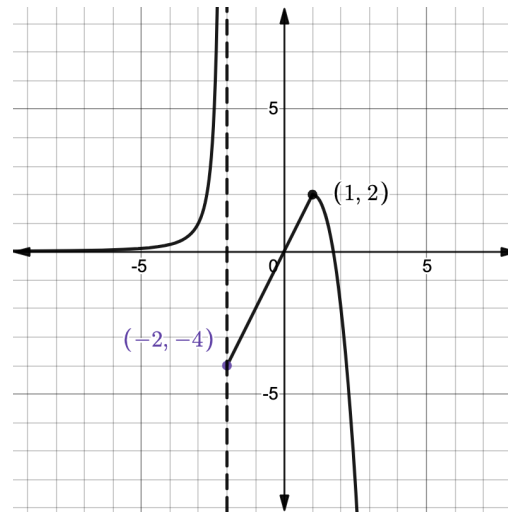


Nome e Cognome: _____

Matricola: _____

1. (4 punti) Se la curva in figura è il grafico della funzione $f(x)$ rispondi alle seguenti domande (Vero/Falso):



- A. $f(x)$ è continua in $x = 0$, Vero Falso
- B. $y = 0$ è un asintoto orizzontale, Vero Falso
- C. $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \infty$, Vero Falso
- D. $f(x) \geq 0$ per $x \geq 0$, Vero Falso
2. Data la funzione $f(x) = \frac{\log(x^2 + 2x)}{x - 2}$, calcola i seguenti limiti:
- (a) (1 punto)
- $$\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = \dots, \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \dots, \quad \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \dots$$
- (b) (1 punto)
- $$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \dots, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \dots$$
- (c) (4 punti) Rispondi alle seguenti domande (Vero/Falso):
1. La funzione ha due asintoti verticali, Vero Falso
2. La funzione non ha asintoti orizzontali, Vero Falso
3. La funzione è definita in tutto \mathbf{R} , Vero Falso
4. $f(x) \geq 0$ in tutto il suo dominio, Vero Falso
3. (a) (2 punti) Scrivi l'equazione della retta tangente al grafico della funzione $f(x) = \ln(\sin(x))$ nel punto $x_0 = \frac{\pi}{4}$.
- (b) (2 punti) Calcola il valore della derivata seconda $f''(x)$ in x_0 .

4. Data la seguente funzione definita a tratti:

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 - 3x & \text{se } x \leq 2 \\ \frac{10}{x} - 15, & \text{se } x > 2 \end{cases}$$

- (a) (2 punti) Determina se la funzione è continua in $x = 2$.
- (b) (2 punti) Determina gli intervalli di crescita e decrescita della funzione.
5. Data la curva nel piano (x, y) definita implicitamente dalla equazione $x^3 + 3y^2 - 5 \log x = 13$
- (a) (2 punti) Determina in quali punti non è applicabile il teorema di Dini per il calcolo della derivata di $y = g(x)$ rispetto ad x .
- (b) (2 punti) Calcola $g'(x)$ nei punti in cui $x = 1$.
6. (3 punti) Calcola gli estremi liberi per la seguente funzione di due variabili:

$$f(x, y) = y^3 - x^3 - xy.$$

7. (3 punti) Discuti le soluzioni del seguente sistema al variare del parametro k :

$$\begin{cases} kx - z = 1 \\ 2x + y + kz = 3 \end{cases}$$