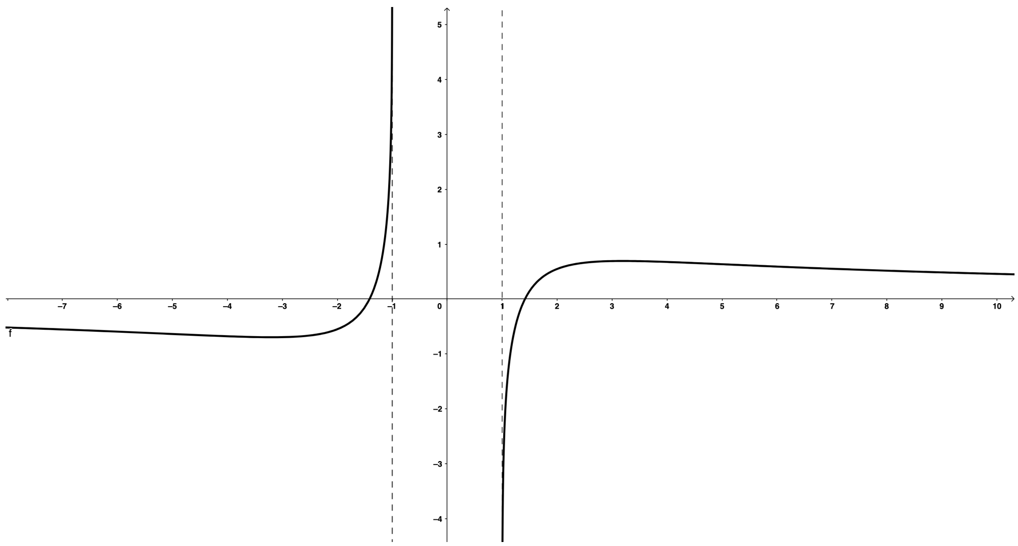
Griglia per il docente										
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Tot

Metodi Matematici per l'Economia (L. Seta)
Prova scritta - 27 settembre 2021, a.a. 2020/21
LUMSA - Palermo, CdL in Economia e Commercio

Matricola: ....
Nome e Cognome: ....

1. (4 punti) Se la curva in figura è il grafico della funzione $f(x)$ rispondi alle seguenti domande (Vero/Falso):



1.	$f(x)$ non è definita in $x = 0$	Vero	Falso
2.	$x = 2$ è un punto di discontinuità	Vero	Falso
3.	$\lim_{x\to 1^+} f(x) = -\infty$	Vero	Falso
4.	$f(x)$ è una funzione dispari	Vero	Falso

2. Data la funzione $f(x) = \dfrac{x\ln(x^2-1)}{x^2-1}$, calcola i seguenti limiti:
   (a) (1 punto)
   $$\lim_{x\to 1^+} f(x) = \ldots, \qquad \lim_{x\to -1^-} f(x) = \ldots$$
   (b) (1 punto)
   $$\lim_{x\to +\infty} f(x) = \ldots, \qquad \lim_{x\to -\infty} f(x) = \ldots.$$
   (c) (4 punti) Rispondi alle seguenti domande (Vero/Falso):

1.	La funzione è definita per ogni numero reale	Vero	Falso
2.	La funzione ha asintoti orizzontali	Vero	Falso
3.	La funzione non ha asintoti verticali	Vero	Falso
4.	$f(x) < 0$ in tutto il suo dominio	Vero	Falso

3. Data la funzione
   $$f(x) = x\ln(x-1).$$
   (a) (2 punti) Dopo averne stabilito il dominio, calcola gli eventuali valori di x in cui si annulla la derivata seconda.
   (b) (2 punti) Scrivi l'equazione della retta tangente al grafico della funzione $f(x)$ nel punto $x_0 = 2$.

4. Data la funzione:

$$g(x) = 4\ln(x^2-1) - \ln\left[\left(\frac{x^2-1}{3}\right)^3\right] - \ln(27),$$

   (a) (2 punti) Fai vedere se è equivalente alla funzione: $h(x) = \ln(x^2-1)$.

   (b) (1 punto) Calcola la derivata prima di $h(x)$ e studiane il segno.

   (c) (1 punto) Studia la concavità e la convessità della funzione $h(x)$.

5. (4 punti) Data la funzione di due variabili:

$$f(u,v) = 3u^2 + v^3.$$

   stabilisci se l'equazione $f(u,v) = 4$ definisce implicitamente una funzione $u = g(v)$ in un intorno del punto $(1,1)$. Calcola quanto vale $g'(1)$.

6. Considera la funzione di due variabili:

$$f(x,y) = x^2y - x^2 - 2y^2$$

   (a) (2 punti) Calcola gli eventuali punti stazionari.

   (b) (2 punti) Stabilisci la natura dei punti stazionari trovati (massimi, minimi, sella).

7. (4 punti) Determina il valore del parametro c che rende possibile risolvere il sistema e risolvilo:

$$\begin{cases} u + v - 2w = 2 \\ 2u + 3v - w = 5 \\ 3u + 4v + w = c \end{cases}$$

8. Nel mercato perfettamente concorrenziale un bene è rappresentato dalle funzioni di domanda e di offerta.

$$Q = 5000 - 30P \qquad \text{e} \qquad Q = -1000 + 10P$$

   Dopo aver individuato quale rappresenta la domanda e quale l'offerta, e averne spiegato il motivo (matematicamente ed economicamente), si determini:

   (a) (2 punti) la quantità prodotta ed il prezzo in equilibrio e si rappresentino graficamente le due funzioni, dandone una spiegazione matematica,.

   Se viene introdotta una tassa pari a 40 euro:

   (a) (1 punto) si calcolino la nuova quantità prodotta e i nuovi prezzi di equilibrio di produttore e consumatore;

   (b) (1 punto) si rappresenti graficamente l'effetto dell'imposta, spiegando matematicamente ed economicamente la variazione del grafico.

9. Sia data la seguente funzione di utilità:

$$U(x,y) = 3x^2 + y^2 - 6.$$

   Dopo avere definito di che tipo di funzione si tratta e avere spiegato matematicamnte il concetto di derivata parziale collegato al SMS, determinare:

   (a) (2 punti) la scelta ottima del consumatore se il reddito è pari a 20, il prezzo di x è 5 e il prezzo di y è 10;

   (b) (1 punto) la rappresentazione grafica;

   (c) (1 punto) la pendenza della retta.

10. (4 punti) Data la seguente funzione di utilità intertemporale:

$$U = \sqrt{C_1 C_2},$$

   e il reddito disponibile del primo periodo pari a $m_1 = 1000$, quello del secondo periodo pari a $m_2 = 500$. Sia, infine, il tasso d'interesse pari ad $i = 10\%$. Determinare la scelta ottima di consumo e di risparmio applicando il concetto di attualizzazione nel vincolo di bilancio.