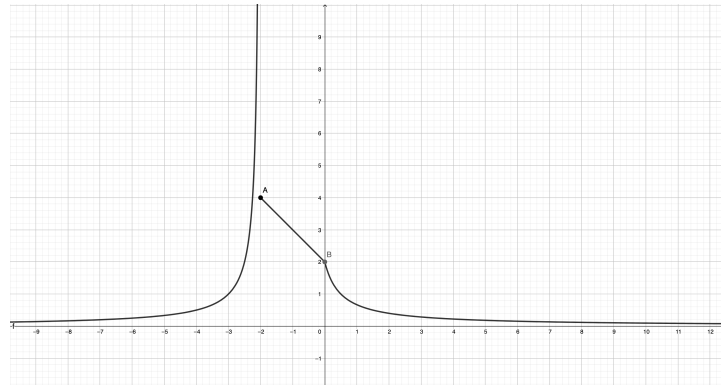


Nome e Cognome: _____

Matricola: _____

1. (4 punti) Se la curva in figura è il grafico della funzione $f(x)$ rispondi alle seguenti domande (Vero/Falso):



1.	$f(x)$ non è continua in $x = 0$	Vero	Falso
2.	$x = -2$ è un punto di discontinuità	Vero	Falso
3.	$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = 0$	Vero	Falso
4.	$f(x) < 0$ per ogni x	Vero	Falso

2. Data la funzione $f(x) = \frac{e^{2x-2}}{(x-1)^3}$, calcola i seguenti limiti:

(a) (1 punto)

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \dots,$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \dots$$

(b) (1 punto)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \dots,$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \dots$$

(c) (4 punti) Rispondi alle seguenti domande (Vero/Falso):

1.	La funzione è definita per ogni numero reale	Vero	Falso
2.	La funzione ha un asintoto orizzontale	Vero	Falso
3.	La funzione ha un asintoto verticale	Vero	Falso
4.	$f(x) \geq 0$ in tutto il suo dominio	Vero	Falso

3. Data la funzione

$$f(x) = e^{3-2x}.$$

(a) (2 punti) Determina eventuali punti di massimo e minimo nel suo dominio di definizione.

(b) (2 punti) Scrivi l'equazione della retta tangente al grafico della funzione $f(x)$ nel punto $x_0 = 0$.

4. Data la funzione:

$$g(x) = \ln x - \ln x^2 + 3 \ln \frac{x}{2},$$

(a) (2 punti) Fai vedere se è equivalente alla funzione: $h(x) = 2 \ln \frac{x}{4}$.

(b) (1 punto) Calcola la derivata prima e studiane il segno.

(c) (1 punto) Studia la concavità e la convessità della funzione.

5. (4 punti) Considera la funzione di due variabili:

$$F(h, k) = 3h^2k^{-1}.$$

Calcola le derivate parziali della funzione F rispetto alle variabili h e k e stabilisci per quali valori di h e k la funzione e le sue derivate parziali prime sono continue.

6. Considera la funzione di due variabili:

$$f(x, y) = x + 2xy - y^2$$

- (a) (2 punti) Calcola gli eventuali punti stazionari.
(b) (2 punti) Stabilisci la natura dei punti stazionari trovati (massimi, minimi, sella).
7. (4 punti) Determina quante soluzioni ha il seguente sistema lineare omogeneo al variare del parametro a :

$$\begin{cases} x + 2y - 3z = 0 \\ 4x + y + 2z = 0 \\ x + 2y + (a^2 - 19)z = 0 \end{cases}$$

8. Nel mercato perfettamente concorrenziale un bene è rappresentato dalla funzione di domanda e di offerta.

$$P = 12 - 2Q \quad \text{e} \quad Q = 2P$$

Dopo aver individuato tra le due funzioni scritte sopra quale appartiene alla domanda e quale all'offerta e averne spiegato il motivo (matematicamente ed economicamente), si determini:

- (a) (2 punti) la quantità prodotta ed il prezzo in equilibrio e si rappresentino graficamente, dandone una spiegazione matematica, i grafici delle due funzioni. In particolare si spieghi dettagliatamente la motivazione delle diverse inclinazioni assunte dalle funzioni.
(b) (2 punti) graficamente il surplus del consumatore e del produttore, calcolandone il valore e spiegandone economicamente il significato.
9. Sia data la seguente funzione di utilità:

$$U(x, y) = x^{0.8}y^{0.2},$$

il reddito dell'individuo sia pari a 100, il prezzo di x sia $p_x = 2$, quello di y pari a $p_y = 4$. Dopo avere definito sia in termini analitici che attraverso una rappresentazione grafica qual è il vincolo di bilancio, determinare:

- (a) (2 punti) il SMS spiegando concettualmente perché viene applicato il concetto di derivata parziale;
(b) (2 punti) la scelta ottima del consumatore.
10. (4 punti) Data la funzione di utilità intertemporale:

$$U = 2C_1^{1/2}C_2^{1/4},$$

il reddito disponibile del primo periodo è $m_1 = 2000$, quello del secondo periodo è $m_2 = 0$. Sia infine, il tasso d'interesse pari ad $i = 20\%$. Determinare il SMSI, utilizzando le derivate parziali, e la scelta ottima di consumo e di risparmio applicando il concetto di attualizzazione nel vincolo di bilancio.