

Ammortamento dei prestiti indivisi

Benedetto Matarazzo

Corso di Matematica Finanziaria

Ammortamento di prestiti e costituzione di capitali

Definizioni
preliminari

Principali
proprietà

Ammortamento
a rate costanti posticipate

Ammortamento
a rate costanti anticipate

Ammortamento
a quote capitali costanti

Ammortamento
con quote di accumulazione

Ammortamento
a rimborso unico

Ammortamento
con preammortamento

Ammortamento con
adeguamento del tasso

Ammortamento con
adeguamento del
debito residuo

Costituzione
di
capitali

Costituzione di
capitali nel discreto

Costituzione di
capitali nel continuo

Piani
di
ammortamento

Piani
di
costituzione

A tasso
fisso

A tasso
variabile

Con debito
o capitale
indicizzato

Ammortamento: generalità

Rimborso **graduale** di un capitale indiviso C entro un tempo t_n (durata della operazione) secondo importi e tempi (scadenze) stabiliti, pagando l'**interesse** sulla somma ancora dovuta (debito residuo), calcolato al tasso periodale i (tasso di remunerazione, costante o variabile) in base ad una legge finanziaria assegnata.

Usualmente: regime degli **interessi composti** e scadenze intere

C: Ammontare del **prestito**, ricevuto al tempo 0;

C_s: **Quota capitale** pagata al tempo t_s , $s = 1, 2, 3, \dots, n$; $\sum_{j=1}^n C_j = C$

D_s: **Debito residuo** dopo aver pagato C_s , $s = 0, 1, 2, \dots, n$;

$D_0 = C$; $D_1 = C - C_1$; $D_s = D_{s-1} - C_s = C - \sum_{j=1}^s C_j = \sum_{j=s+1}^n C_j$; $D_{n-1} = C_n$; $D_n = 0$;

I_s: **Quota interessi**, calcolata su D_{s-1} , $s = (0), 1, \dots, n$; $I_1 = D_0 i = Ci$; $I_s = D_{s-1} i$.

R_s: **Rata** pagata al tempo t_s , $s = (0), 1, 2, 3, \dots, n$;

$R_1 = C_1 + Ci$; $R_s = C_s + I_s = C_s + D_{s-1} i$; $R_n = C_n + I_n = D_{n-1} + iD_{n-1} = D_{n-1}(1+i)$.

E_s: **Debito estinto** dopo aver pagato C_s , $s = (0), 1, 2, \dots, n$.

$E_0 = 0$; $E_1 = C_1$; $E_s = \sum_{j=1}^s C_j = E_{s-1} + C_s$; $E_n = C$; $E_s + D_s = C$, $\forall s$.

Ammortamento: generalità

(segue)

Si ha:

$$D_s = \sum_{j=s+1}^n C_j \geq 0, \quad s = 0, 1, \dots, n-1; \quad I_s \geq 0 \Leftrightarrow i \geq 0, \quad s = 1, 2, \dots, n;$$

$$\Rightarrow R_s = C_s + I_s \geq C_s, \quad s = 1, 2, \dots, n$$

$$R_s \geq I_s \Leftrightarrow C_s \geq 0 \Leftrightarrow E_s \geq E_{s-1} \Leftrightarrow D_s \leq D_{s-1}, \quad s = 1, 2, \dots, n;$$

Caso anomalo:

Se $0 \leq R_s < I_s$: Ammortamento **improprio**; $R_s < I_s \Rightarrow D_s > D_{s-1}$
(ulteriore finanziamento $(C_s < 0)$
di importo $I_s - R_s = -C_s > 0$)

Esempio

$$D_{S-1} = 6.000, I_S = 900, C_S = 1.500, R_S \text{ dovuta} = 2.400$$

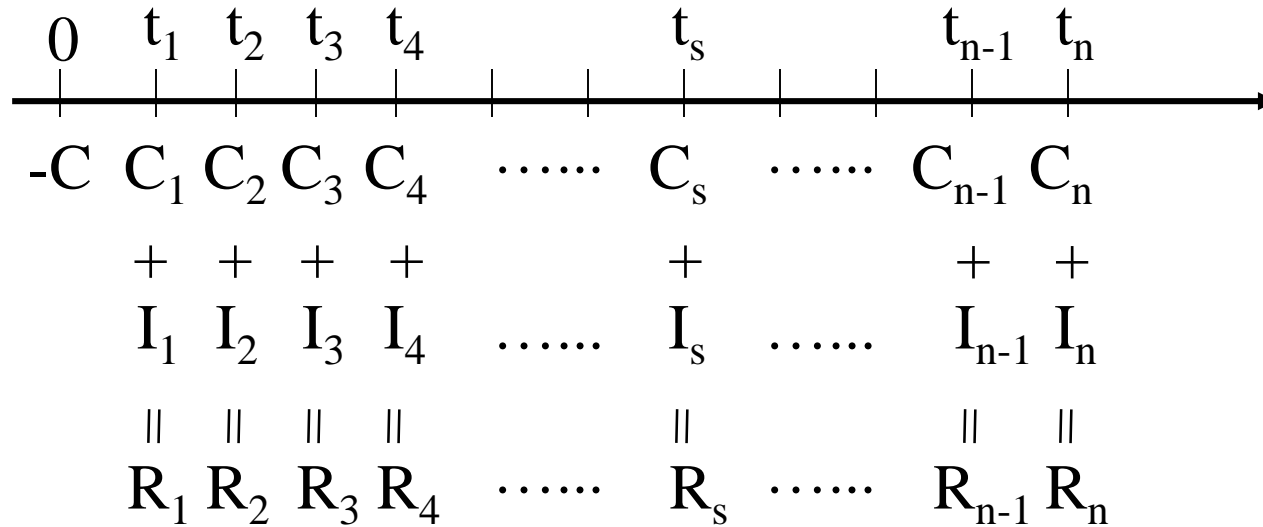
$$R_s \geq I_s \Leftrightarrow C_s \geq 0 \Leftrightarrow E_s \geq E_{s-1} \Leftrightarrow D_s \leq D_{s-1}$$

- R_S effettiva = 2.000; $C_S = R_S - I_S = 2.000 - 900 = 1.100$
→ $D_S = D_{S-1} - C_S = 6.000 - 1.100 = 4.900 (< D_{S-1} = 6.000)$

$$R_s < I_s \Rightarrow D_s > D_{s-1}$$

- R_S effettiva = 600; $C_S = R_S - I_S = 600 - 900 = -300$
→ $D_S = D_{S-1} - C_S = 6.000 - (-300) = 6.300 (> D_{S-1} = 6.000)$

Ammortamento



Caso elementare (**rimborso unico** e pagamento finale degli interessi):

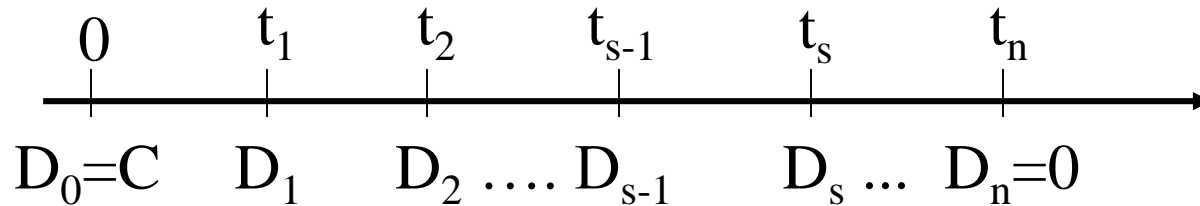
$$I_1 = I_2 = \dots = I_{n-1} = C_1 = C_2 = \dots = C_{n-1} = R_1 = R_2 = \dots = R_{n-1} = 0$$

$$R_n = C(1+i)^n; \quad C_n = C; \quad I_n = C[(1+i)^n - 1].$$

Caso generale (**ammortamento progressivo**):

$$\exists j \neq n : I_j > 0 \Rightarrow \exists j < n : R_j > 0; \quad R_n \geq C_n > 0$$

Ammortamento



Ammortamento progressivo in generale: **quota capitale** (e quindi rata) C_s **arbitraria** $\forall t_s$; unica condizione: rispetto dell’**“equità”** finanziaria.

Ad ogni epoca t_s si **estingue un debito** di importo C_s e se ne **riaccende un altro** di importo $D_s < C$, sino ad esaurimento in t_n (catena di contratti).

Detto i_s il tasso di interesse **periodale** vigente nel periodo unitario $[t_{s-1}, t_s]$ considerato, si ha la seguente **relazione ricorrente**:

$$D_s = D_{s-1}(1 + i_s) - R_s = D_{s-1} + \underbrace{\left[D_{s-1}(1 + i_s) - D_{s-1} \right]}_{I_s} - R_s = D_{s-1} - \underbrace{(R_s - I_s)}_{C_s}$$

e quindi: $D_s = D_{s-1} - C_s$ ($D_s < D_{s-1}$ per $R_s > I_s$).

N.B. D_s potrebbe anche essere ancorato ad alcuni parametri (**“indicizzazione”** del debito residuo), con conseguenti modifiche nelle relazioni precedenti.

Ammortamento

Per scadenze intere ($t_s=s$) e tasso di interesse periodale $i_s=i$ costante, ricordando che $D_s = D_{s-1} - C_s$ e che

$$C_s = R_s - I_s = R_s - iD_{s-1}, \text{ si ottiene } D_s = D_{s-1} - R_s + iD_{s-1};$$

si ha, quindi, la seguente **relazione di ricorrenza**:

$$D_s = D_{s-1}(1+i) - R_s \Rightarrow R_s = D_{s-1}(1+i) - D_s, \text{ ossia } R_s = C_s + D_{s-1}i.$$

Ancora: $I_s = iD_{s-1} = i(D_{s-2} - C_{s-1}) = I_{s-1} - iC_{s-1}$, da cui $I_{s-1} - I_s = iC_{s-1}$, $s \geq 2$.

Valgono, pertanto, le seguenti **proprietà**:

- la **quota di interesse** è sempre **decrescente** (per $i > 0$ e $R_s > I_s$, $\forall s$);
- la quota di interesse tra due scadenze consecutive decresce dell'interesse calcolato sulla quota capitale della scadenza precedente.

Ammortamento

Condizioni di chiusura

Rispetto dell'**equità finanziaria** per un qualunque piano di ammortamento

1) Condizione di chiusura **elementare**

$$\sum_{s=1}^n C_s = C$$

Estinzione completa del debito

N.B. Modello **aritmetico**: non si considerano interessi

Ammortamento

2) Condizione di chiusura **iniziale**

$$C = \sum_{s=1}^n R_s v(t_s)$$

Ammontare del prestito uguale al
valore attuale delle rate

Più in generale: valutazione prospettiva del debito residuo

$$D_k = \sum_{s=k+1}^n R_s v(t_s - t_k), \quad k = 0, 1, 2, \dots, n-1;$$

Ammortamento

3) Condizione di chiusura **finale**

$$C u(t_n) = \sum_{s=1}^n R_s u(t_n - t_s)$$

Montante del prestito
uguale al montante delle rate

Più in generale: valutazione retrospettiva del debito residuo

$$D_k = C u(t_k) - \sum_{s=1}^k R_s u(t_k - t_s), \quad k = 1, 2, \dots, n-1, n;$$

N.B. Le condizioni di chiusura iniziale e finale costituiscono dei modelli **finanziari**;

esse sono **equivalenti** soltanto se si adoperano **leggi scindibili**,
ossia: $u(t_k) = u^{t_k} = (1+i)^{t_k}$ e $v(t_k) = v^{t_k} = (1+i)^{-t_k}$.

Ammortamento in capitalizzazione composta

Risultano, in particolare:

Condizione di **chiusura iniziale**: $C = \sum_{s=1}^n R_s (1 + i)^{-t_s}$

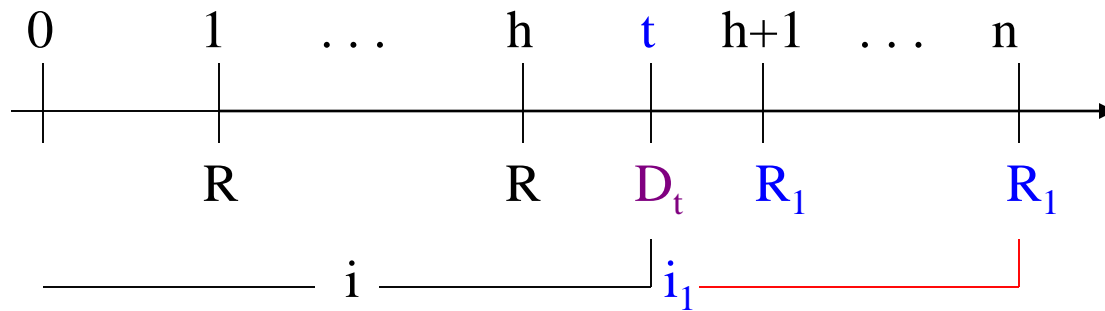
Valutazione prospettiva del **debito residuo** (per la scindibilità):

$$D_s = \sum_{k=s+1}^n R_k (1 + i)^{-(t_k - t_s)}, \quad s = 0, 1, 2, \dots, n-1;$$

Nella pratica finanziaria, si adopera quasi sempre il regime composto, salve poche eccezioni (per esempio, nel caso di alcuni prestiti al consumo)

Ammortamento in capitalizzazione composta

Si consideri il caso di **cambiamento di tasso di interesse**, dal tasso i al tasso i_1 **nel corso di un generico periodo**, ossia in $t \in]h, h+1[$:



Occorre allora calcolare gli interessi periodali ed il montante del debito residuo D_h in $h+1$ utilizzando opportunamente i due **tassi** per le frazioni di periodo **di competenza**. In particolare, può calcolarsi la **nuova rata R_1** (costante) da pagarsi alle **stesse scadenze** da $h+1$ in poi calcolando $D_{h+1} = D_h(1+i)^{t-h} (1+i_1)^{h+1-t}$ e indi calcolare l'importo delle $n-h$ rate residue all'epoca **$h+1$** (mediante ammortamento **anticipato**); oppure, sfruttando la **scindibilità** del regime composto, attualizzare D_t al tempo h al tasso i_1 e poi calcolare l'importo delle $n-h$ rate residue R_1 , ammortizzando tale debito residuo D_h^1 (scadente in **h**) con ammortamento **posticipato al nuovo tasso i_1** , ove:

$$D_h^1 = D_t(1+i_1)^{-(t-h)} = D_h (1+i)^{t-h} (1+i_1)^{-(t-h)} .$$

Caso generale: esempio

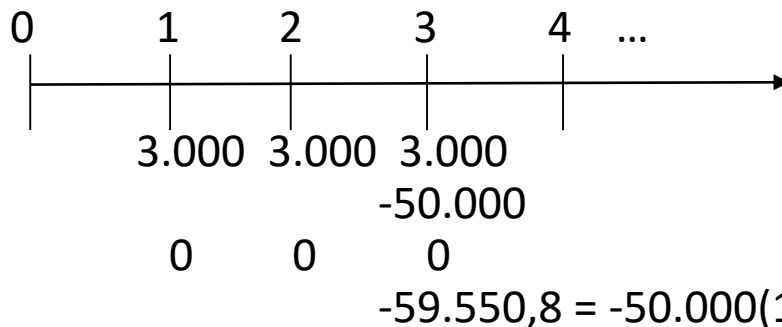
Periodo	Debito residuo	Rata	Quota interesse	Quota capitale	Valore attuale
0	100.000,00	-	-	-	-
1	90.000,00	15.000,00	5.000,00	10.000,00	14.285,71
2	70.000,00	24.500,00	4.500,00	20.000,00	22.222,22
3	45.000,00	28.500,00	3.500,00	25.000,00	24.619,37
4	10.000,00	37.250,00	2.250,00	35.000,00	30.645,67
5	-	10.500,00	500,00	10.000,00	8.227,02
			Totale	100.000,00	100.000,00

Condizioni di **chiusura**: elementare iniziale

Vari tipi di ammortamento

- A scadenze periodiche: $t_s = s$; periodo unitario
(annuo: rate \rightarrow annualità)
- Ammortamento **frazionato**: m rate per periodo, $m > 1$
- Ammortamento **poliennale**: m rate per periodo, $0 < m < 1$
- **Immediato**: inizio ammortamento immediato
(posticipato od anticipato)
- **Differito**: rinvio dell'inizio \rightarrow **Preammortamento**
(durante gli h periodi del differimento si pagano solo le quote interessi Ci , oppure alla fine del periodo h si ammortizza un prestito di importo $C(1+i)^h$)

Esempio: $C = 50.000$, $i = 0,06$, $h = 3$;



continua...

Vari tipi di ammortamento

- Posticipato: rendita posticipata
- **Anticipato**: rendita anticipata
 - Anticipato immediato: C = prestito apparente; prestito effettivo = $C - R_0$
 - Quote interessi pagate all'inizio di ciascun periodo: ammortamento **tedesco** o ad interessi anticipati ($I_1 = C i \rightarrow C i v = C d = I_0 = R_0$); prestito effettivo = $C - I_0 = C(1-d) = C/(1+i)$

- A rate costanti: $R_s = R = C \alpha_{\overline{n}|i}$, $\forall s$, ammortamento **francese** o progressivo;
 $R = C_s + I_s = C_{s+1} + I_{s+1} \Rightarrow C_{s+1} = C_s + I_s - I_{s+1} = C_s + iD_{s-1} - iD_s =$
 $= C_s + i \underbrace{(D_{s-1} - D_s)}_{C_s} \Rightarrow C_{s+1} = C_s(1+i), s = 1, \dots, n-1$

...continua...

Vari tipi di ammortamento

- A **rate variabili**, in progressione:
 - Aritmetica
 - Crescente
 - Decrescente
 - Geometrica
 - Crescente
 - Decrescente
- A **numero di rate variabile** (di importo costante) con rata di saldo
- A quote capitale costanti: $C_s = \frac{C}{n}$, $\forall s$,
ammortamento **italiano** o uniforme; ...continua...
 D_s, R_s, I_s decrescono linearmente

Vari tipi di ammortamento

- A **tasso fisso** i , stabilito all'inizio dell'operazione
- A **tasso variabile** i_s , $s = 1, 2, \dots, n$; $I_s = D_{s-1} i_s$
 - tassi stabiliti all'inizio dell'operazione,
 - con adeguamento di tasso in corso, in base alle condizioni contrattuali (indici di riferimento)
- A **doppio tasso** (di accumulazione j e di remunerazione i), con versamenti periodici posticipati della quota interessi Ci e della quota di costituzione (costante), $Q = C \sigma_{\overline{n}|j}$
ammortamento **americano** con quote di accumulazione (sinking fund); $R = C(i + \sigma_{\overline{n}|j})$; per $j=i \Rightarrow R = C \alpha_{\overline{n}|i}$
- Con eventuale **adeguamento del debito residuo**, in base alle condizioni contrattuali (indici o valute di riferimento).

Ammortamento francese

Rata costante: $R_s = R = \frac{C}{a_{\overline{n}|i}} = C a_{\overline{n}|i}^{-1}, \forall s$

Debito residuo: $D_s = R a_{\overline{n-s}|i} = C \frac{a_{\overline{n-s}|i}}{a_{\overline{n}|i}}, \forall s;$

Quote capitali in **progressione geometrica**: $C_{s+1} = C_s (1 + i) \Leftrightarrow C_s = C_{s+1} v$

ultima rata: $R = C_n + D_{n-1} i = C_n + C_n i = C_n (1 + i) \Rightarrow C_n = R v$

e quindi: $C_{n-1} = C_n v = R v^2, \dots, C_s = R v^{n-s+1}, \forall s$

Quota interessi: $I_s = R - C_s = R (1 - v^{n-s+1}), \forall s$

Ammortamento italiano

Quote capitali costanti: $C_s = \frac{C}{n}, \quad \forall s;$

Debito residuo: $D_1 = C - \frac{C}{n} = \frac{C}{n}(n - 1), \dots, D_s = \frac{C}{n}(n - s), \quad \forall s$

→ **progressione aritmetica** di ragione $-\frac{C}{n}$

Quota interessi: $I_s = D_{s-1}i = \frac{C}{n}(n - s + 1)i = C \frac{n - s + 1}{n}i, \quad \forall s$

→ **progressione aritmetica** di ragione $-\frac{C}{n}i$

ESEMPI DI PIANI DI AMMORTAMENTO 1

N	i	C	RATA				
10	0,1	100000	16274,53949				
PIANO DI AMMORTAMENTO			FRANCESE				
Periodo	Debito residuo	Rata	Quota interesse	Quota capitale	Debito residuo	Valore attuale	
0	0	0	0	0	100000	0	
1	100000	16274,53949	10000	6274,539488	93725,46051	14795,0359	
2	93725,46051	16274,53949	9372,546051	6901,993437	86823,46707	13450,03263	
3	86823,46707	16274,53949	8682,346707	7592,192781	79231,27429	12227,3024	
4	79231,27429	16274,53949	7923,127429	8351,412059	70879,86224	11115,72945	
5	70879,86224	16274,53949	7087,986224	9186,553265	61693,30897	10105,20859	
6	61693,30897	16274,53949	6169,330897	10105,20859	51588,10038	9186,553265	
7	51588,10038	16274,53949	5158,810038	11115,72945	40472,37093	8351,412059	
8	40472,37093	16274,53949	4047,237093	12227,3024	28245,06853	7592,192781	
9	28245,06853	16274,53949	2824,506853	13450,03263	14795,0359	6901,993437	
10	14795,0359	16274,53949	1479,50359	14795,0359	1,54614E-10	6274,539488	
Totale		162745,3949	62745,39488	100000		100000	

PIANO DI AMMORTAMENTO			QUOTA CAPITALE				
ITALIANO			10000				
Periodo	Debito residuo	Rata	Quota interesse	Quota capitale	Debito residuo	Valore attuale	
0	0	0	0	0	100000	0	
1	100000	20000	10000	10000	90000	18181,81818	
2	90000	19000	9000	10000	80000	15702,47934	
3	80000	18000	8000	10000	70000	13523,66642	
4	70000	17000	7000	10000	60000	11611,22874	
5	60000	16000	6000	10000	50000	9934,741169	
6	50000	15000	5000	10000	40000	8467,108951	
7	40000	14000	4000	10000	30000	7184,213655	
8	30000	13000	3000	10000	20000	6064,595943	
9	20000	12000	2000	10000	10000	5089,17142	
10	10000	11000	1000	10000	0	4240,976184	
Totale		155000	55000	100000		100000	

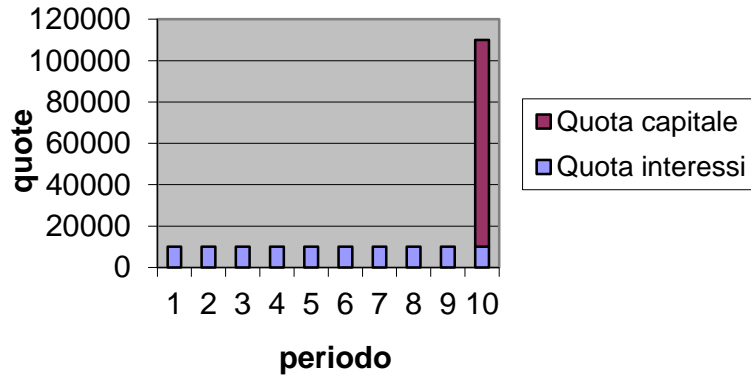
ESEMPI DI PIANI DI AMMORTAMENTO 2

PIANO DI AMMORTAMENTO AMERICANO							
Rata (costante): interessi al tasso i sul capitale più quota costituzione al tasso j							
Detto anche ammortamento "a due tassi": tasso di remunerazione (passivo) i e tasso di costituzione (attivo) j							
N	tasso remunerazione	tasso costituzione	C	QUOTA COSTITUZIONE	QUOTA INTERESSI		
10	0,1	0,08	100000	6902,94887	10000		
Periodo	Deb. iniziale	Quota inter.	Quota costituz.	Rata	Interessi attivi	Capit. accum.	Debito residuo
0	0	0	0	0	0	0	100000
1	100000	10000	6902,94887	16902,94887	0	6902,94887	100000
2	100000	10000	6902,94887	16902,94887	552,2359096	14358,13365	100000
3	100000	10000	6902,94887	16902,94887	1148,650692	22409,73321	100000
4	100000	10000	6902,94887	16902,94887	1792,778657	31105,46074	100000
5	100000	10000	6902,94887	16902,94887	2488,436859	40496,84647	100000
6	100000	10000	6902,94887	16902,94887	3239,747717	50639,54305	100000
7	100000	10000	6902,94887	16902,94887	4051,163444	61593,65537	100000
8	100000	10000	6902,94887	16902,94887	4927,492429	73424,09667	100000
9	100000	10000	6902,94887	16902,94887	5873,927733	86200,97327	100000
10	100000	10000	6902,94887	16902,94887	6896,077862	100000	0
Totale		100000	69029,4887	169029,4887	30970,5113		

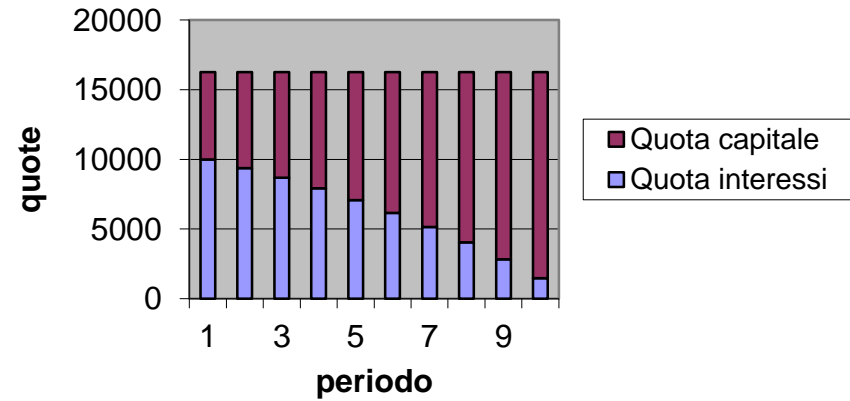
N.B. se fosse $i = j$, la rata sarebbe uguale a quella dell'ammortamento francese

Grafici

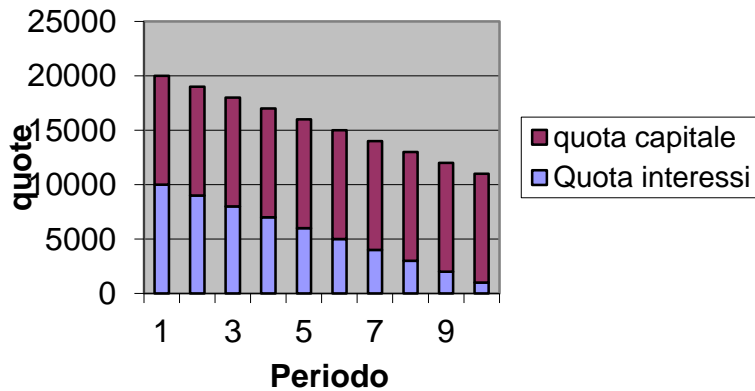
Ammortamento a rimborso unico



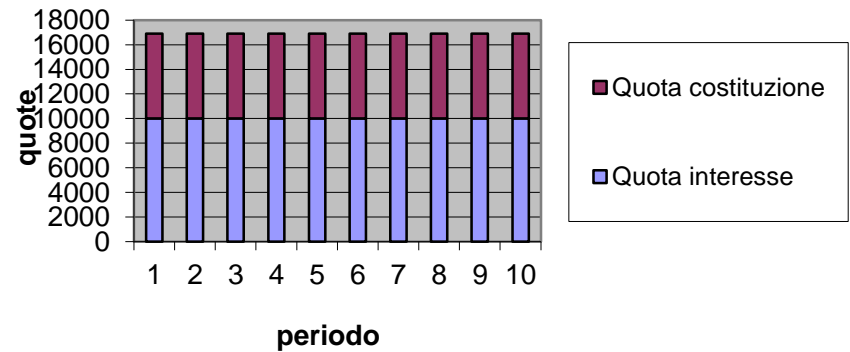
Ammortamento francese



Ammortamento italiano



Ammortamento americano



AGGIORNAMENTO DI VALUTAZIONI

I casi più frequenti riguardano:

- a) adeguamento (indicizzazione) del **debito residuo**;
- b) struttura di **tassi**;
- c) modifica di **altri elementi**.

Ad ogni epoca $t_s < t_n$, se $R_s > I_s$, si ha un **rimborso parziale** di importo C_s del **debito** originario $D_0 = C$ e si **riaccende un nuovo debito** di importo $D_s < C$, sino ad estinzione totale in t_n , $D_n = 0$. Si parla di **catena di contratti**.

- a) Si redige un nuovo piano di ammortamento per la durata residua del contratto ($n - s$) per ammortizzare il **debito aggiornato** (inflazione, tassi di cambio,...).
- b) Si distinguono due casi:
 - b₁) struttura dei tassi **pattuita all'inizio** dell'ammortamento: in tal caso, è possibile redigere *a priori* un piano di ammortamento anche a rate costanti, rispettando la corrispondente condizione di chiusura iniziale (valore attuale **a tassi variabili** delle rate uguale all'ammontare del prestito).
 - b₂) struttura dei tassi **variabile nel corso del contratto**: si procede allora con ammortamento in forma flessibile, applicando per ogni periodo il tasso opportuno. Il piano non si può prefissare in anticipo; la rata e gli altri elementi del piano vanno ricalcolati in ogni periodo di cambiamento del tasso, costruendo di volta in volta un *nuovo piano* di ammortamento.
- c) In caso di modifica della **durata**, di concessione di **pagamenti parziali**, ecc. si redige un *nuovo piano* di ammortamento con successive novazioni, in base alle diverse condizioni pattuite.

ESEMPI DI PIANI DI AMMORTAMENTO 3

STRUTTURA TASSI E RATA COSTANTE (POSTICIPATA)							
	Debito	Anni		Rata costante =	12830,92	= 100000/7,793673	
	100000	10					
Periodo	Tasso fwd	Fatt.sconto	Q. interesse	Q. capitale	Deb. residuo	v(0,T)	V. A.
0		1			100000,00	1	0
1	0,048	0,954198	4800,00	8030,92	91969,08	0,954198473	12243,24486
2	0,046	0,912236	4230,58	8600,34	83368,74	0,912235634	11704,8236
3	0,045	0,872953	3751,59	9079,33	74289,41	0,87295276	11200,78756
4	0,049	0,832176	3640,18	9190,74	65098,67	0,83217613	10677,58586
5	0,051	0,791795	3320,03	9510,89	55587,78	0,791794605	10159,45372
6	0,054	0,751228	3001,74	9829,18	45758,60	0,751228278	9638,950394
7	0,050	0,715456	2287,93	10542,99	35215,61	0,715455503	9179,952757
8	0,047	0,683339	1655,13	11175,79	24039,82	0,683338589	8767,863187
9	0,044	0,654539	1057,75	11773,17	12266,65	0,654538878	8398,336386
10	0,046	0,625754	564,27	12266,65	0,00	0,625754186	8029,002281
	Somma	7,793673		100000,00			100000

N.B. Struttura dei tassi periodali (forward) nota a priori

ESEMPI DI PIANI DI AMMORTAMENTO 4

ADEGUAMENTO DI TASSO E DI DEBITO RESIDUO										
PROFILO QUOTE CAPITALE (input)										
DEBITO RESIDUO RIVALUTATO										
TASSO INTERESSE VARIABILE										
	Dati iniziali	Debito	Anni	Tasso iniz.	Indice capitale					
		1500	5	0,08	1850					
Periodo	Profilo riferim.	Q. capitale	Tasso per.	Q. interesse	Indice capitale	Q. cap. rival.	Rata	Debito res.	v(0,t)	Valore attuale
0	0	0		0	1850	0	0	1500	1	0
1	10	150	0,08	120	1850	150	270	1350	0,925925926	250
2	20	300	0,075	101,25	1920	311,3513514	412,6013514	1089,72973	0,861326443	355,3844542
3	25	375	0,055	59,93513514	2000	405,4054054	465,3405405	729,7297297	0,816423168	379,9147985
4	30	450	0,082	59,83783784	1920	467,027027	526,8648649	233,5135135	0,754550063	397,5459171
5	15	225	0,09	21,01621622	2010	244,4594595	265,4756757	-3,6948E-13	0,692247764	183,774943
Somma	100	1500		362,0391892		1578,243243	1940,282432			1566,620113

N.B. Condizione di chiusura **elementare**; valore attuale rate **diverso** dal debito iniziale

ESEMPI DI PIANI DI COSTITUZIONE 1

COSTITUZIONE POSTICIPATA							
RATA COSTANTE							
TASSO COSTANTE							
N.B. INTERESSI	ATTIVI CORRISPOSTI	DAL FONDO: (capitale da costituire)	$I(k) = S(k-1)*i$	IN GENERALE: $R_s = C_s - I_s$			
		MONTANTE		RATA	ossia: $C_s = R_s + I_s > 0$		
n	i						
5	0,08	100000		17045,64546			Rata + Q. interesse
							$C(k) = S(k) - S(k-1)$
Periodo	Saldo iniziale	Rata	Q. interesse	Saldo cumulato	Saldo residuo	Montante	Q. capitale
0	0	0		0	100000		
1	0	17045,64546	0	17045,64546	82954,35454	23190,41246	17045,64546
2	17045,64546	17045,64546	1363,651637	35454,94255	64545,05745	21472,60413	18409,29709
3	35454,94255	17045,64546	2836,395404	55336,98341	44663,01659	19882,04086	19882,04086
4	55336,98341	17045,64546	4426,958673	76809,58754	23190,41246	18409,29709	21472,60413
5	76809,58754	17045,64546	6144,767003	100000	0	17045,64546	23190,41246
	Somma	85228,22728	14771,77272			100000,0000	100000,0000

Condizioni di chiusura

finale

elementare

ESEMPI DI PIANI DI COSTITUZIONE 2

COSTITUZIONE ANTICIPATA CON STRUTTURA TASSI

	Montante	Anni		Rata costante =	17503,12		Rata+Q. inter.		
	100000	5				(con d)	S(k+1) - S(k)	Q. cap - Rata	
Periodo	Tasso fwd	Fatt.mont.	d forward	Rata	Saldo cum.	Q. interessi (*)	Q. capitale	Q.interesse	Montante
0	0,0450	1,2497	0,0431	17503,1151	0,0000	787,6402	18290,7553	787,6402	21874,0639
1	0,0510	1,1959	0,0485	17503,1151	18290,7553	1825,4874	19328,6025	1825,4874	20932,1186
2	0,0480	1,1379	0,0458	17503,1151	37619,3578	2645,8787	20148,9938	2645,8787	19916,3830
3	0,0400	1,0858	0,0385	17503,1151	57768,3517	3010,8587	20513,9738	3010,8587	19004,1823
4	0,0440	1,0440	0,0421	17503,1151	78282,3255	4214,5594	21717,6745	4214,5594	18273,2522
5		1,0000	0,0000		100000,0000				
Somma		5,7133		87515,5757		12484,4243	100000,0000		100000,0000
(a ritroso, con tasso di sconto d): $I_n = S_{n+1} * d_n$									
(*) calcolati come (saldo cumulato _k + rata)*i _k									

COSTITUZIONE ANTICIPATA CON STRUTTURA TASSI E ADEGUAMENTO DI CAPITALE

Costituzione "per inseguimento" con rata variabile

	Montante	Anni					Rata+Q. inter.		
	100000	5					S(k+1) - S(k)		
Periodo	Cap. da cost.	Tasso fwd	Rata	Q. interessi (*)	Saldo cum.	Saldo residuo	Montante	Q. capitale	
0	100000	0,045	17492,02292	787,1410314	0	100000		18279,16395	
1	100000	0,051	17126,35649	1805,681543	18279,16395	81720,83605	22303,20069	18932,03803	
2	100000	0,048	17338,00527	2618,361948	37211,20198	62788,79802	42830,93416	19956,36722	
3	120000	0,04	27416,83501	3383,376168	57167,56921	42832,43079	61832,44285	30800,21117	
4	120000	0,044	26974,74836	5057,471264	87967,78038	32032,21962	91838,36272	32032,21962	
5					120000,0000	0			
Somma			106347,968	13652,03196			120000,0000	120000,0000	

Condizioni di chiusura

finale

elementare