Rendite Frazionate

Benedetto Matarazzo

Corso
di
Matematica Finanziaria

Rendite certe

- Definizioni preliminari
- Rendite Discrete
  Rendite Continue
  Rendite Temporanee
  Rendite Perpetue
  Rendite Differite
  Rendite Intere
  Rendite Frazionate
  Rendite a Rate Costanti
  Rendite a Rate Variabili
- Problemi relativi alle rendite

Rendite Frazionate

$\ast$

0 1/m 2/m ... (m-1)/m 1 1+(1/m) ... 2 ...

R/m R/m ··· R/m R/m R/m ··· R/m ···

R R

Immediata posticipata temporanea

Sia i_m il tasso d'interesse periodale costante $(m > 1)$, $n \in N^*$

<u>VALORE ATTUALE POSTICIPATO</u>

$$\frac{R}{m}(1+i_m)^{-1}+\frac{R}{m}(1+i_m)^{-2}+\ldots+\frac{R}{m}(1+i_m)^{-m}+\ldots\frac{R}{m}(1+i_m)^{-n\cdot m}=$$

$$=\frac{R}{m}\,\frac{1}{1+i_m}\,\frac{1-(1+i_m)^{-n\cdot m}}{1-(1+i_m)^{-1}}=\quad\frac{R}{m}\,\frac{1-(1+i_m)^{-n\cdot m}}{i_m}=\quad R\,\frac{1-(1+i)^{-n}}{j_m}\,\frac{i}{i}=$$

$$=R\,\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\,\frac{i}{j_m}=\quad Ra_{\overline{n|}\,i}\cdot\frac{i}{j_m}=Ra^{(m)}_{\overline{n|}\,i}$$

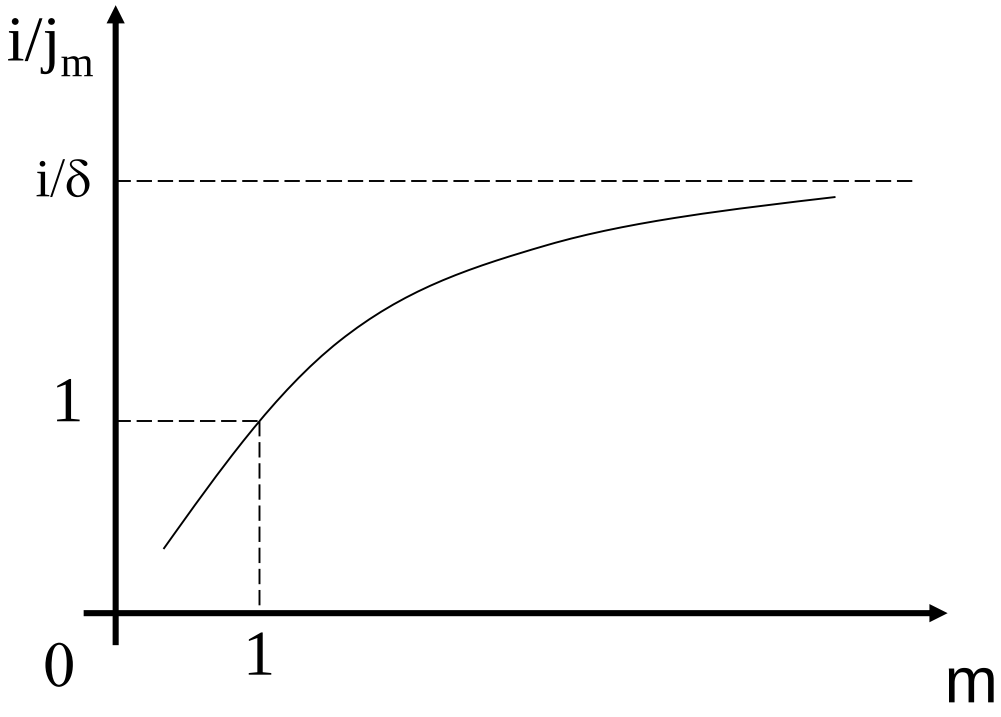
$$\boxed{\frac{i}{j_m}}$$

Fattore di correzione, crescente con m (m > 1)

Rendite Frazionate

Fattore di correzione, crescente con m (m > 1)

Se 0<m<1: rendite poliennali



Rendite Frazionate

Montante Posticipato

$$s_{\overline{n}|\,i}^{(m)} = (1+i)^n \, a_{\overline{n}|\,i}^{(m)} = \frac{i}{j_m} s_{\overline{n}|\,i}$$

(scindibilità) (fattore di correzione)

Valore Attuale Anticipato

$$\ddot{a}_{\overline{n}|\,i}^{(m)} = (1+i)^{1/m} \, a_{\overline{n}|\,i}^{(m)} = (1+i)^{1/m} \frac{i}{j_m} a_{\overline{n}|\,i} =$$

$$= (1+i)^{1/m} \frac{i}{j_m} \frac{1}{1+i} \ddot{a}_{\overline{n}|\,i} =$$

…continua…

Rendite Frazionate

…continua…

$$= (1+i)^{1/m} \underbrace{\frac{i}{1+i}}_{d} \cdot \frac{1}{m\,[\underbrace{(1+i)^{1/m} - 1}_{i_m}]}\, \ddot{a}_{\overline{n|}\,i} =$$

$$= \frac{d}{m\,[1-(1+i)^{-1/m}]} \cdot \ddot{a}_{\overline{n|}\,i} = \frac{d}{\sigma_m} \cdot \ddot{a}_{\overline{n|}\,i}$$

dove: $$\sigma_m = m\underbrace{\left[1-(1-d)^{1/m}\right]}_{d_m}$$

Tasso nominale di sconto convertibile m volte l'anno

Rendite Frazionate

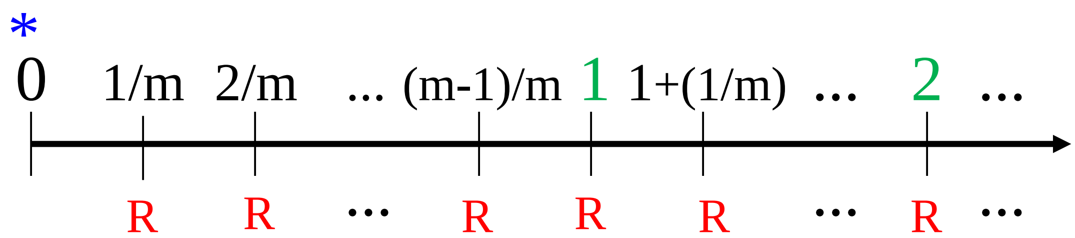
Montante anticipato

$$\ddot{s}_{n\,i}^{(m)} = (1+i)^n \, \ddot{a}_{\overline{n|}\,i} = (1+i)^n \frac{d}{\sigma_m} a_{\overline{n|}\,i} = \boxed{\frac{\mathrm{d}}{\sigma_{\mathrm{m}}} \ddot{\mathrm{s}}_{\overline{\mathrm{n}|}\,\mathrm{i}}}$$

Perpetua

$$\lim \; a_{\overline{n|}i}^{(m)} = \frac{\mathrm{i}}{\dot{\mathrm{j}}_{\mathrm{m}}} \lim \; a_{\overline{n|}\,i} = \frac{\mathrm{i}}{\dot{\mathrm{j}}_{\mathrm{m}}} \frac{1}{i} = \frac{1}{\dot{\mathrm{j}}_{\mathrm{m}}}$$

Rendite Frazionate



Immediata posticipata temporanea

Sia i_m il tasso d'interesse periodale costante ($m > 1$), equivalente al tasso di interesse annuo i (nel regime composto);
n numero effettivo delle rate periodiche

$$Ra_{\overline{n|}i_m}$$

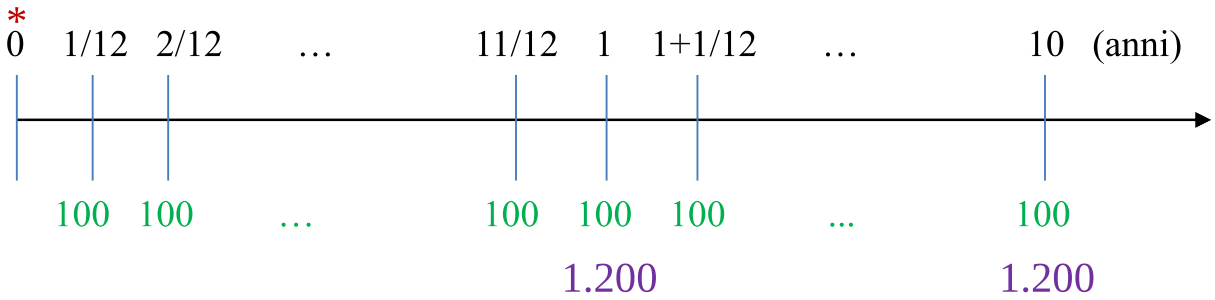
<u>VALORE ATTUALE POSTICIPATO</u>

E' sufficiente calcolare i_m e procedere come se si trattasse di una rendita intera di n rate

$$i_m = (1+i)^{1/m} - 1 \qquad (m > 0)$$

Esempio

Valore attuale di una rendita posticipata, di rata annua 1.200, frazionata mensilmente, durata 10 anni, tasso i=5%



- Con fattore di correzione i/j_{12} = 0,05/0,04889 = 1,0227; rata = 1.200;

$1.200 * a_{\overline{10}|0,05} * 1,0227 = 1.200*7,7217*1,0227 = 9476,42$

- Con tasso equivalente i_{12} = 0,004074; rata mensile =1.200/12 = 100;

numero di rate = 10*12 = 120

$100* a_{\overline{120}|0,00407} = 100*94,76624 = 9476,62$